
Lerndokumentation

Mathematik

- Neuauflage 2015 -

erarbeitet von
Anna Susanne Steinweg



Prof. Dr. Anna Susanne Steinweg

Professorin für Didaktik der Mathematik & Informatik

Dipl.-Päd.

(Schwerpunkt Frühe Kindheit und Familienergänzende Einrichtungen)

Lehrerin

(Primarstufe: Schwerpunkt Mathematik sowie Deutsch und Ev. Religion)

Impressum

Herausgeber

Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Sport

Beuthstraße 6-8, 10117 Berlin- Mitte

www.senbjs.berlin.de

Autorin

Prof. Dr. Anna Susanne Steinweg

Grafik

Matthia Lux

Dieses Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Vervielfältigungen sind nur mit Zustimmung der Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Sport des Landes Berlins zulässig.

Lerndokumentation Mathematik

– Mit wachen Augen die Kinder begleiten

Mathematik begegnet Kindern nicht nur in Zahlen und geometrischen Formen, sondern kann auch als eine bestimmte Art zu denken und zu handeln aufgefasst werden. Diese Denk- und Handlungsweise zeigt sich in den Fähigkeiten, zu forschen und Entdeckergeist zu entwickeln, Probleme zu lösen und kreativ zu sein, Denkwege zu kommunizieren, Argumente für Phänomene oder Vorgehensweisen zu suchen, zu begründen und Ideen zu prüfen, Objekte zu ordnen und Muster zu nutzen.

Die Lerndokumentation ist in zwei Teile gegliedert. Sie beschreibt im ersten Teil die Fähigkeiten und Kenntnisse im Bereich mathematischer **Grunderfahrungen**, die in der Regel vor *Schuleintritt* erworben werden. Im zweiten Teil der Lerndokumentation werden die Kompetenzen beschrieben, die *im Laufe der Schulanfangsphase* erworben werden. Dieser Dokumentationsteil richtet sich am Berliner Rahmenlehrplan und den dort beschriebenen Kompetenzen nach Niveau B aus.

Insgesamt bietet die Lerndokumentation damit eine Möglichkeit, das mathematische Lernen von Anfang an zu begleiten. Wird die Dokumentation erst in der Schule begonnen, können dennoch die Grunderfahrungen (Teil 1), die bereits vorliegen, nachträglich dokumentiert werden. Wird die Dokumentation bereits in der Kita genutzt, so können dort – neben den Grunderfahrungen – individuell und bei Bedarf auch schon Erfahrungen notiert werden, die laut Rahmenlehrplan der Schulanfangsphase zugeordnet sind (Teil 2).

... von Anfang an – Grunderfahrungen

Wenn die Kinder in die Schule kommen, verfügen sie bereits über vielfältige Erfahrungen, Kenntnisse und Fähigkeiten. Das gilt auch für den Bereich der mathematischen Grunderfahrungen. Jedes Kind verfolgt seinen eigenen Bildungsprozess in dem ihm eigenen Tempo (Individuelles Wissensnetz). Einige Kinder sind in ihrer Entwicklung schon sehr weit und beginnen bereits vor Eintritt in die Schule formale Rechenaufgaben zu lösen etc. Das ist ganz wunderbar. Andere Kinder begegnen Mathematik erst in den ersten Versuchen – auch das ist in Ordnung. Wichtig ist, dass alle Kinder in ihrer Entwicklung weiterkommen und nicht (längere Zeit) im Stillstand verharren.

Aufgabe der Lehrerinnen und Lehrer, der Erzieherin, des Erziehers und in Grundzügen der Beobachtung natürlich auch der Eltern ist es, den Entwicklungsstand jedes Kindes wahrzunehmen und es dabei zu unterstützen, einen nächsten Schritt zu tun. Lerndokumentationen helfen dabei. Sie zeigen auf der einen Seite die Fähigkeiten der Kinder auf. Sie verweisen auf der anderen Seite auch auf Bereiche, in denen Aktivitäten zukünftig angeboten werden sollten.

Bei der Dokumentation ist Sensibilität geboten: Ein einmaliges Hinschauen reicht nicht aus, um die real vorhandenen Fähigkeiten eines Kindes einzuschätzen. Denn was ein Kind an einem Tag tut und kann, ist u. U. seiner aktuellen Tagesform geschuldet, seiner Abneigung gegen bestimmte Aktivitäten, einem Konflikt oder schlichter Müdigkeit. Deshalb sollten Kinder immer einmal wieder und in vielfältigen Alltagssituationen beobachtet werden. Sofern sich dann herausstellt, dass bestimmte Erfahrungsbereiche von einem Kind gezielt gemieden werden, so sollte ebenso gezielt

nach Wegen gesucht werden, die das Interesse des Kindes an diesen Erfahrungsbereichen wecken und ihm eine fruchtbare Auseinandersetzung mit den entsprechenden Themen ermöglichen.

Wird eine Lerndokumentation ausführlich geführt, treten die verschiedenen Kompetenzen und Fähigkeiten immer wieder ins Bewusstsein und können zunehmend fast nebenbei im alltäglichen Umgang und in der Interaktion mit den Kindern im Auge behalten werden. Das wird die Beobachtungs- und Dokumentationsarbeit mit der Zeit erheblich erleichtern.

Eine gelungene Entwicklung mathematischer Fähigkeiten wird von vielen Kindern durch eine anregende Umwelt, durch den Austausch in einer Kindergruppe und durch gezielte Anregungen auf natürliche Weise erreicht. Dabei sollte lehrgangsartiges Lernen im Kita-Bereich *unbedingt vermieden* werden, vielmehr sollte bewusst auf Entwicklungssprünge und individuelle Lernphasen aufgebaut werden, die dem natürlichen Lernen des Kindes Rechnung tragen.

Inhaltlich eröffnen sich in der Mathematik von Anfang an die Erfahrungsbereiche, die die *fundamentalen Ideen* der Mathematik elementar beinhalten. Die Aufgliederung in mathematische Erfahrungsbereiche in der Lerndokumentation ermöglicht es, die individuellen Lernprozesse differenziert im Blick zu haben. Das Lernen selbst vollzieht sich jedoch immer in verschiedenen Bereichen gleichzeitig (vgl. weiterführendes Anregungsmaterial in Sommerlatte et al. (2008)).

Überblick über die mathematischen Erfahrungsbereiche - Grunderfahrungen

In der Dokumentation der Grunderfahrungen vor der Schule werden folgende Erfahrungsbereiche aufgegriffen.

Mathematisches Denken und Handeln	entdecken, forschen, kreativ sein, argumentieren, Probleme lösen, kommunizieren
Zahl und Zählen	Zählen, Zählzahlfolge, Ordinaler Zahlaspekt
Zahl und Struktur	Strukturierte Mengen, Muster, Kardinaler Zahlaspekt
Form	Geometrische Formen erkennen, nennen, herstellen
Raum	Raumwahrnehmung, Geometrische Körper, Wegbeschreibungen
Länge und Masse	Größen-Merkmale von Objekten (Länge, Gewicht), die konkret begriffen und erlebt werden können, Objekte vergleichen
Zeit und Geld	Tageszeiten, Wochentage, einige Münzen oder Scheine
Daten	Hausnummer, Telefonnummer, Strichlisten
Zufall	allererste Ideen zur Wahrscheinlichkeit

Viele Aktivitäten und Anregungen, die einzelne Kinder oder auch Gruppen spontan nutzen oder auf deren Angebot durch Erwachsene sie neugierig eingehen, weisen über die hier aufgezeigten Grunderfahrungen hinaus. Die Grunderfahrungen sind keine ‚Ideen-Sammlung‘ für konkrete Anregungsumgebungen, sondern bieten eine Übersicht über Fähigkeiten und Fertigkeiten, die *innerhalb* von spielerischen Auseinandersetzungen individuell erworben und mathematisches Denken und Handeln tragfähig weiterführen können. Angebote lassen sich nicht kleinschrittig aus den Grunderfahrungen ableiten, sondern beinhalten immer mehrere Erfahrungen gleichzeitig (vgl. Sommerlatte et al. 2008).

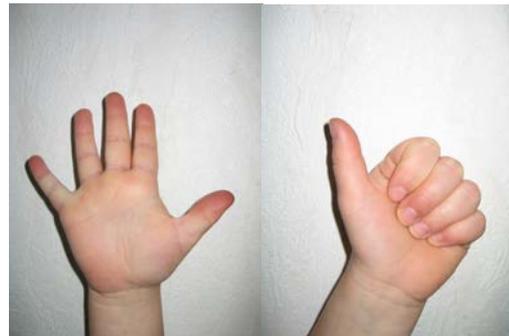
Erfahrungsbereich - Zahl, Zählen & Struktur

Um eine Menge korrekt zu zählen, muss das Kind erkennen, dass die Reihe der Zahlwörter in einer festgelegten und wiederholbaren Ordnung vorliegt (Prinzip der stabilen Ordnung), dass genau jedem

Element einer zu zählenden Menge genau ein Zahlwort zugeordnet wird (Prinzip der eindeutigen Zuordnung), dass das beim Auszählen einer Menge zuletzt verwendete Zahlwort die Mächtigkeit der Menge angibt (Prinzip der Anzahlbestimmung), dass die anderen Prinzipien auf beliebige, zählbare Objekte anwendbar sind (Prinzip der Abstraktion von qualitativen Eigenschaften) und unabhängig von der räumlichen Anordnung der auszuzählenden Objekte angewandt werden können (Prinzip der Abstraktion von räumlichen Anordnungen).

Neben dem *Abzählen* von vorhandenen Objekten ist auch das *Auszählen* von Objekten aus einer größeren Menge (Nimm dir drei von den Gummibärchen!) zu erlernen. Diese Mengenbestimmungen gelingen nur dann allgemein gültig, wenn die oben genannten Prinzipien alle beherrscht werden.

Die Anzahl einer Menge wird auch Kardinalzahl genannt. Die kardinale Erfassung von Anzahlen sollte über die Eins-zu-Eins-Zuordnung von Zahlwörtern, also dem Abzählen hinausgehen. Anzahlen bis 5 sollten zunehmend quasi simultan, ohne zählen, auf einen Blick erfasst werden. Dies gelingt nur, wenn sie in einer Struktur angeordnet sind (z. B. Würfelbilder). Die Struktur der Finger (5er- und 10er-Struktur) ist hier besonders hilfreich, da sie das Dezimalsystem widerspiegelt. Kinder müssen sich zunächst immer wieder zählend vergewissern, dass die Hand fünf Finger hat. Danach können sie jedoch die Gewissheit der 5 nutzen, um schnell 6, 7 oder auch 4 Finger zeigen zu können, ohne stets zählen zu müssen. In diesem Sinn ist das Fingerrechnen absolut zu unterstützen.



Erfahrungsbereich - Länge, Masse & Zeit, Geld

Zu Beginn der Entwicklung steht die Kompetenz, den Vergleich von Objekten nach bestimmten Maßkriterien (größer, dicker, leichter etc.) überhaupt wahrzunehmen und kennen zu lernen. Im Laufe der Entwicklung wird dieser Vergleich zunehmend differenzierter und kann sich dann auch auf verschiedene Maßeinheiten beziehen (kleiner *und* leichter). Standardisierte Vergleiche, die schließlich auch mit Hilfe von Werkzeugen des Messens (Maßband, Waage etc.) durchgeführt werden, stehen erst ganz am Ende der Entwicklung.

Grundkompetenz ist die Ordnung in einer Reihenfolge (Seriation). Diese kann nach verschiedenen mathematischen Größen erfolgen, z. B. nach Gewicht oder Länge. Eine solide Entwicklung der Kompetenzen wird dadurch am besten gefördert, dass das Kind mit verschiedenen großen, schweren, langen Spielsachen etc. hantiert und arbeitet.

Im Unterbereich der Zeit sind vor allem Erfahrungen der linearen und rhythmischen Abfolge von Zeit für die Grunderfahrungen maßgeblich. Zeit gliedert unser Leben in Gegenwart, Vergangenheit und Zukunft. Zudem geben wiederkehrende Einheiten wie Jahresablauf und Wochentage, aber auch Tagesläufe (Mittag, Frühstückszeit, Schlafenszeit) einen Rhythmus und Regelmäßigkeiten, die zunächst unbewusst und später bewusst das eigene Agieren mitbestimmen und planen (lassen). Zeit ermöglicht Vorfreude auf Ereignisse (noch zweimal Schlafen bis Nikolaus), aber auch die Erkenntnis des Vergangenen.

Das bewusste Erleben individuell wichtiger Zeitpunkte und des unterschiedlichen Empfindens von Zeitspannen (wie lang ist eine Minute im Spiel / beim Schweigen) unterstützt die Kinder dabei, Zeitspannen zunehmend richtig einzuschätzen.

Erfahrungsbereich - Raum & Form

Bei der Wahrnehmung des *Raums* spielen verschiedene Komponenten eine Rolle, die nicht in fester zeitlicher Abfolge entwickelt werden, aber in der Regel bis zum üblichen Schulalter weitgehend ausgeprägt sind. Hierzu gehört die Fähigkeit, Sehen und Bewegungen des Körpers miteinander zu koordinieren (Visuomotorische Koordination), die Fähigkeit, aus einem komplexen Hintergrund bzw. aus einer Gesamtfigur Teilfiguren zu erkennen und zu isolieren (Figur-Grund-Diskrimination), die Fähigkeit, Figuren in verschiedenen Größen und Anordnungen, Lagen, Farben wieder zu erkennen und zu unterscheiden (Wahrnehmungskonstanz), die Fähigkeit, Formen und Mustern zu analysieren und ihre räumlichen Lage zu beschreiben (Wahrnehmung räumlicher Beziehungen) sowie die Fähigkeit, die Raum-Lage-Beziehung eines Gegenstandes zum Wahrnehmenden (vor, hinter, links von



mir...) zu erfassen (Wahrnehmung der Raumlage). Insgesamt wird angenommen, dass sich die Kompetenzen der visuellen Wahrnehmung auf die inneren Bilder als mentale Repräsentation von Mathematik auswirken und somit grundlegende Kompetenzen für mathematisches Denken darstellen.

Die Unterscheidungen von natürlichen und künstlichen *Formen* (auch in Abbildungen) werden im Entwicklungsverlauf des Kindes zunehmend differenzierter getroffen. Zunächst werden Objekte vor allem nach ihren praktischen Eigenschaften

charakterisiert (rollt weg, stapelbar etc.). Später entwickelt sich eine abstraktere Beschreibung der Merkmale: rund, nicht rund, viele Ecken, spitz etc.

Geometrische Objekte können nach ihren Merkmalen eingeteilt (Klassifizieren) und in allen möglichen Konstellationen wieder entdeckt werden. Figuren, die sich nicht in der Form, sondern nur in der Größe unterscheiden (Ähnlichkeit) oder aber exakt (deckungs-)gleich sind (Kongruenz) können dabei gefunden werden. Hierzu dienen auch selbst erstellte Bilder (Stempel-, Klebebilder, Ausschneiden von Formen etc.) und auch erste Versuche von Freihandzeichnungen sowie natürlich Muster aus Formen.

Erfahrungsbereich - Daten und Zufall

Zahlen begegnen Kindern in der Umwelt nicht nur als Objekte, mit denen man rechnen kann, sondern z. B. auch als Telefon- oder Hausnummern. Diese Zahlen beschreiben in einer codierten Form (Codeaspekt) ein bestimmtes Objekt (Telefonanschluss, Haus).

Ebenso treten Zahlen in Erscheinung in Datenangaben (Tabellen, Statistiken). Diese lesen und interpretieren zu lernen, ist eine der wichtigen Kulturtechniken unserer Zeit, bedarf aber oft eines großen Vorwissens (z. B. über Funktionen und Graphen, um Aktienkurse deuten zu können). Schlichte Strichlisten und einfache Tabelle können hingegen schon sehr früh gelesen sowie auch

selbst erstellt werden (Schaubild mit Größenwachstum des Kindes oder einer Kletterpflanze, Tabelle mit Getränkevorlieben der Kindergruppe etc.).

Einfache kombinatorische Aufgabenstellungen (Wie viele Möglichkeiten gibt es rote und gelbe Ostereier in Nester mit je 2 Eiern zu legen?) gehören auch diesem Bereich an. Ebenso Musterreihen wie z. B. die Anordnung von drei, verschiedenen Objekten in einer Reihe (Permutation).

Die Grundidee des Zufalls begegnet Kindern in vielen Alltagssituationen (Würfelspiel, Lose ziehen etc.). Dabei gibt es Anlässe, in denen der Eintritt von Ereignissen eine gleich hohe Wahrscheinlichkeit hat (Laplace-Wahrscheinlichkeit). Dies gilt für alle (regelgerechten) Würfelwürfe oder auch Münzwürfe (Kopf oder Zahl). Dennoch bleibt nicht nur bei Kindern lange Zeit das Gefühl, der Ausgang eines Wurfes habe immer etwas mit ‚Glück‘ zu tun oder sei eventuell magisch beeinflussbar. Man spricht hier von einer animistischen Einstellung, die dem Würfel selbst oder einer anderen Macht zuspricht, die Ereignisse beeinflussen zu können. Es kann deshalb sinnvoll sein, schon früh Ereignisse zu unterscheiden nach solchen, deren Eintreten eher unsicher ist (genau das rote Bärchen aus einer Tüte mit 20 weiteren, jedoch grünen Bärchen zu ziehen) und anderen, die eine hohe Wahrscheinlichkeit haben.

Erfahrungen in der Schulanfangsphase

*Luisa soll ausrechnen, was $73+5$ ist.
Sie sucht relativ ziellos die Zahl,
die so aussieht wie 73 auf einer Hundertertafel.
Dann tippt sie mit dem Finger fünf Zahlen weiter
und schreibt die Zahl, auf der ihr Finger stoppt, in ihr Heft.*

Luisa (2. Schj.) hat schließlich alle Aufgaben richtig gelöst im Heft stehen. Sie hat aber keine Ahnung, was sie da wirklich gemacht hat. Sie weiß auch nicht, was 73 und 37 wirklich unterscheidet und dass die Aufgabe $3+5$ mit der beschriebenen Aufgabe zusammenhängt. Luisa zeigt in ihrem Handeln ganz klar, welche Unterstützung sie braucht. Sie braucht Anregung, Zahlen als strukturierte Mengen zu erfassen und nicht als reine Zählobjekte. Sie hat kein inneres Bild von der 73 und keine Vorstellung von Zehnern und Einern.

Diese authentische Situation kann nachdrücklich verdeutlichen: Die richtigen Lösungen in Luisas Heft geben ungenügend Auskunft darüber, welche Fähigkeiten die Kinder haben. Es ist wichtig, auf die Prozesse (Handlungen, Argumentationen, Denkweisen) zu achten, um Möglichkeiten und verpasste Lernchancen zu entdecken und diese dann Kindern wie Luisa anbieten zu können.

Auch die Lerndokumentation der Schulanfangsphase (Teil 2) soll nicht dazu verleiten, die Defizite der Kinder festzuhalten, sie soll die Lehrpersonen unterstützen, Kinder mit wachen Augen zu begleiten und auf die wesentlichen Kompetenzen zu achten. Fehlende Kompetenzen oder Stagnationen in der Fortentwicklung geben Hinweise für Förderung und Unterrichtsgestaltung. Sie helfen, gute Anregungen und Aktivitäten für den Unterricht auszuwählen.

Das im Rahmenplan deutlich werdende Verständnis von spiralförmigem Lernen zur Ausbildung eines Netzes gespeist aus zunehmend differenzierten Vorstellungen aus subjektiven Erfahrungen, Handlungsvorstellungen und Erklärungsmodellen ist für den *Lernprozess* und für die Gestaltung von Lernumgebungen wesentlich und sinnvoll.

Lernangebote – Mehr als Teilkompetenzen

Rückwirkend kann nach einer guten Dokumentation bewusst in den unterrichtlichen Lernarrangements wahrgenommen werden, welche verschiedenen Kompetenzen in einer Aufgabe oder Problemstellung gleichzeitig und gleich berechtigt eine Bedeutung haben. Beim Lernen und in der Auseinandersetzung mit einem Problem (allein oder in der Klasse) spielen immer viele Kompetenzen eine Rolle, die von den Kindern in unterschiedlicher Tiefe gezeigt und genutzt werden.

Lernaufgaben orientieren sich genau daran, *nicht isolierte Teilaspekte zu lehren*, sondern in Sinnzusammenhängen als ganzheitliche Erfahrungsangebote Bildung zu ermöglichen (vgl. Anregungen in Sommerlatte et al. 2008).

Es gilt auf keinen Fall, Lernangebote an den einzelnen Dokumentationsstützpunkten auszurichten. Dies würde einem teaching to the test entsprechen, dem die Tiefe und Sinnhaftigkeit von substanziellen Lernumgebungen fehlen würde.

Überblick über die Mathematischen Erfahrungsbereiche - Schulanfangsphase

Die Erfahrungsbereiche der Lerndokumentation der Schulanfangsphase greifen die prozess- und inhaltsbezogenen mathematischen Standards des Rahmenlehrplans Berlin im so genannten Niveau B auf, das in der Regel am Ende der Schulanfangsphase erreicht wird. Im Bereich der Mathematik werden, den Leitideen des Rahmenlehrplans entsprechend, folgende Erfahrungsbereiche in der Lerndokumentation genutzt.

Mathematisches

Denken und Handeln entdecken, forschen, kreativ sein, argumentieren, Probleme lösen, kommunizieren, darstellen

Zahlen und Operationen

Zahlen Zählen, Zahlbeziehungen am Zahlenstrahl, Ordinaler Zahlaspekt, Strukturierte Zahlerfassung, Mengen, Kardinaler Zahlaspekt, Eigenschaften von Zahlen

Operationen Operationen als zeitlich-sukzessive Handlungen, Operationen in räumlich-simultaner Auffassung, Kernaufgaben (1+1 und 1x1) und Ableitungsstrategien, Rechenstrategien

Gleichungen und Funktionen Übersetzungsprozesse Sachsituationen – Terme, Platzhalter-Gleichungen, Muster, Zuordnungen

Raum und Form

Form Geometrische Formen, Symmetrie, Darstellungen

Raum Raumwahrnehmung, Geometrische Körper, Darstellungen

Größen und Messen

Länge Länge als Größen-Merkmale von Objekten, die konkret begriffen und erlebt werden kann, individuell und mit Standards messen, schätzen, Repräsentanten

Zeit und Geld Größe die nicht handelnd erfahren werden kann und keinen Objekten zugewiesen ist / Zeitpunkt, Zeitspanne / Geldwerte als soziale Verabredung

Daten und Zufall

Daten Tabellen, Listen, Diagramme

Zufall erste Ideen zur Wahrscheinlichkeit und Kombinatorik

Die Dokumentation stellt *kein zusätzliches Programm* dar, das es zu unterrichten gilt, sondern spiegelt die Leitideen der Rahmenlehrpläne in grundlegenden Einzelkompetenzen wider.

Die Dokumentation schlägt einen *fortlaufender Prozess* von sich langsam füllenden Eintragungen von der Kita an bis Ende der Schulanfangsphase vor.

Lernwege dokumentieren

*Lücken im Wissensnetz -und dies gilt so auch für den schulischen Bereich- sollten immer als Hinweis auf die Zukunft interpretiert werden und nicht als Mangel der Vergangenheit.
(Steinweg, 2007, S. 173)*

In der Diagnose ist es maßgeblich, alt bekannte und vielleicht auch gar nicht mehr bewusst wahrgenommene Dimensionen der erwarteten Kompetenzen detailliert aufzuführen. In der Lerndokumentation werden die zusammenhängenden und tief verwobenen Bereiche für die Beobachtung einzeln wie unter einer Lupe ausdifferenziert. Somit wird es möglich, Entwicklungen positiv zu begleiten und auch kleine Lernfortschritte wahrzunehmen, zu dokumentieren und an das Kind, die Eltern oder andere Betreuende oder Lehrende zurückzumelden.

Nach einer gezielten oder zufälligen Beobachtung werden alle Erkenntnisse und die genutzten Materialien kurz in die Beobachtungsraster notiert. Dabei ist es immer möglich, in einer (alltäglichen) Situation verschiedene Teilkompetenzen zu beobachten und zu notieren.

Du	mit Unterstützung	ab und zu selbstständig	häufig selbstständig	sicher und selbstständig
kannst ... Dinge nach Länge vergleichen und ordnen	<i>4 Stifte 18.05.2014</i>		<i>4 Stifte 02.09.2014</i>	
kannst ... Dinge nach Gewicht vergleichen und ordnen				
erforscht Waagen und Messgeräte spielerisch				<i>Balkenwaage 18.05.2014</i>

Beispiel - Ausschnitt einer Dokumentation von Grunderfahrungen

Unterstützung und Hilfe durch direkte Aufforderungen, Hinweise oder gezieltes Mitarbeiten (Mitspielen) der Erzieherinnen und Erzieher oder Lehrpersonen kann auf dem Lernweg, bis das Kind die Kompetenz stets sicher und selbstständig zeigen kann, sinnvoll sein. Die Dokumentation ermöglicht eine feine Abstufung der Eigenständigkeit der Handlungen und Äußerungen der Kinder.

Die Dokumentation erlaubt es, Aspekte herauszuarbeiten, bei denen die individuelle Lernbiografie stagniert und Anregungen von außen sinnvoll sein könnten. Lücken zeigen Bereiche auf, in denen zukünftig (mehr) Aktivitäten angeboten werden sollten.

Eine gute Lerndokumentation zeichnet sich dadurch aus, dass die Durchführenden die verschiedenen Kompetenzen und Fähigkeiten immer bewusster wahrnehmen und zunehmend auf die Leitfäden der vorgegebenen Beobachtung gar nicht mehr angewiesen sind, da sie die verschiedenen Aspekte wie selbstverständlich im Blick behalten.

Schatzkiste Mathematik

Die Gesamtschau auf ein Kind und seine Lernbiografie ist im Alltag durch reine Rasternotizen allein nur unzureichend. Diese sollten durch Dokumente ergänzt werden, die dem Lernen in seiner Vielfalt gerecht werden können: Die Schatzkiste.

Die Schatzkiste, in Form eines Ordners oder einer Loseblatt-Sammlung würdigt und bewahrt verschiedene Entwicklungsdokumente über und für jedes Kind (z.B. auch als Ergänzung des Sprachlerntagebuchs).

Sie kann verschiedene Elemente enthalten:

- dokumentierten Kurzeitbeobachtungen,
- Kinderzeichnungen, Rechendokumente, Bauwerkskizzen, Wegepläne etc.,
- Fotos des Kindes in verschiedenen Aktionen und sozialen Konstellationen,
- protokollierte Kinderäußerungen
- Beobachtungsnotizen oder Bemerkungen der Erziehenden oder Lehrpersonen.

Es ist hilfreich, wenn alle Dokumente datiert werden bzw. das genaue Alter des Kindes notiert wird. Die Schatzkiste kann natürlich niemals vollständig alle Entwicklungen des Kindes wiedergeben. Sie ist jedoch zum einen eine Möglichkeit, schöne Aktivitäten zu würdigen und nicht zu vergessen und zum anderen sensibilisiert sie das Kind und die Erwachsenen, die das Kind im Lernen begleiten, für ‚mathematische Momente‘.

Die Schatzkiste ermöglicht es, schöne Erfahrungen und Entwicklungssprünge bewusst zu dokumentieren und auch gemeinsam (mit dem Kind, mit den Eltern, mit anderen Erzieherinnen und Erziehern oder Lehrpersonen) zu thematisieren.

Beispiele – Kurzbeobachtungen für die Schatzkiste

Max, Erik und Jonas (alle 4 Jahre) hören gespannt einer Geschichte aus Bullerbü zu. Auf einem Bild ist eine Sau mit ihren Ferkeln zu sehen. Ich bitte die drei, die Ferkel zu zählen. Jonas tippt wild hin und her und kommt auf 7. Max tippt auf die Ferkel und kommt auf 11. Erik mag nicht zählen, stattdessen sagt er trocken: „Nee, das sind 9, weil der Max hat zweimal doppelt!“ Und da hat er auch einfach recht.

Janis (2. Schuljahr) soll Aufgaben mit dem Ergebnis 50 erfinden. Er notiert $20+30$ und $40+10$. Er hält kurz inne. Dann beginnt er zu schreiben $50+0$, $49+1$, $48+2$... Ein Strahlen geht über sein Gesicht. Er ist nicht mehr zu stoppen...

Beispiele – Kinderdokumente und Fotos von mathematischen Aktivitäten für die Schatzkiste

Sören und Nils, 2. Schuljahr, kommentieren eine ausgerechnete Aufgabe

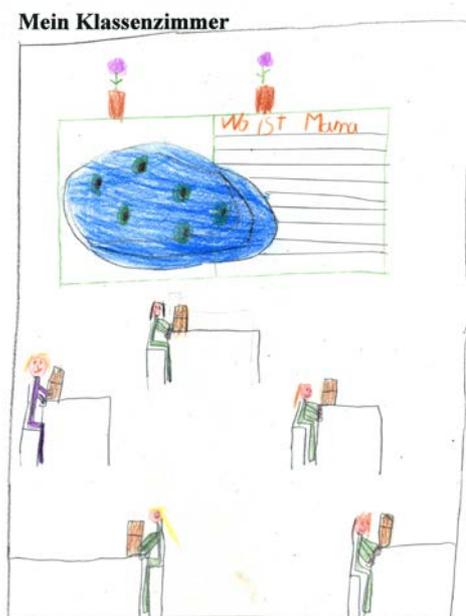
$$24 + 26 = 25 + 25 \quad \checkmark$$

bei 4 E. und 6 E. wird von den
~~4~~ 4 E. einfach 1 E. dazu
 getan und deswegen
 ist es das gleiche.

Rebecca, 4 Jahre,
erfindet ein Zahlenmuster.



Lara, 1. Schuljahr,
zeichnet den Plan ihres Klassenzimmers



David, 4 Jahre, baut ein
selbst erfundenes, symmetrisches Gebäude

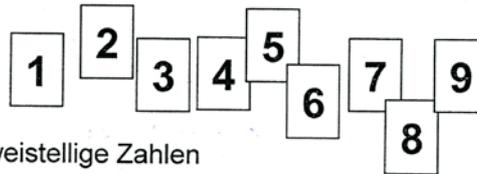


Kathi, 5 Jahre, malt ein ‚Bild der Zahlen‘.



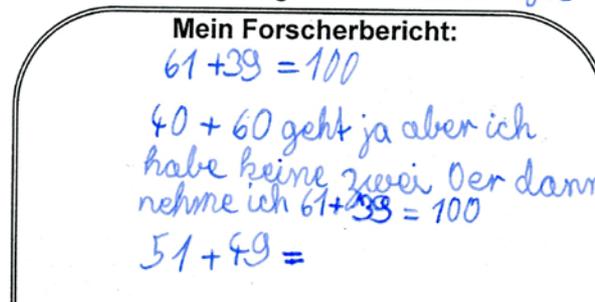
Anja, 2. Schuljahr, erforscht Zahlbeziehungen bei der Addition mit Ziffernkarten

Aufgabe 4



Lege zwei zweistellige Zahlen
und rechne die Plusaufgabe.

Kann man 100 als Ergebnis erreichen? *ja*



Leseanregungen

- Benz, Ch., Peter-Koop, A. & Grüßing, M. (2015). *Frühe mathematische Bildung - Mathematiklernen der Drei- bis Achtjährigen*. Heidelberg: Springer Spektrum.
- Gaidoschik, M. (2014). *Rechenschwäche verstehen - Kinder gezielt fördern: Ein Leitfaden für die Unterrichtspraxis*. Hamburg: Persen Verlag.
- Gaidoschik, M. (2008). *Rechenschwäche - Dyskalkulie: Eine unterrichtspraktische Einführung für Lehrer/-innen und Eltern*. Hamburg: Persen Verlag.
- Hasemann, K. & Gasteiger, H. (2014). *Anfangsunterricht Mathematik*. Heidelberg: Springer Spektrum.
- Klewitz, G. Köhnke, A. & Schipper, W. (2008). Rechenstörungen als schulische Herausforderung - Handreichung zur Förderung von Kindern mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnen, LISUM, Berlin-Brandenburg. Verfügbar unter http://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/fileadmin/bbb/schule/schulformen_und_schularten/pdf/rechenstoerungen.pdf
- Krauthausen, G. & Scherer, P. (2014). *Einführung in die Mathematikdidaktik*. Heidelberg: Springer Spektrum.
- Sommerlatte, A. et al. (2008). *Lerndokumentation Mathematik - Anregungsmaterialien*. Berlin: Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung. Verfügbar unter http://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/fileadmin/user/redakteur/Berlin/Lerndokumentation_Mathematik_Anregungsmaterialien_gesamt_7.10.08.pdf
- Steinweg, A. S. (2007). Mathematisches Lernen. In Stiftung Bildungspakt Bayern (Hrsg.) *Das KIDZ-Handbuch: Grundlagen, Konzepte und Praxisbeispiele aus dem Modellversuch 'KIDZ-Kindergarten der Zukunft in Bayern'* (S. 136 – 203). Köln: Wolters Kluwer.
- Steinweg, A. S. (2008). Zwischen Kindergarten und Schule - Mathematische Basiskompetenzen im Übergang. In Hellmich, F. & H. Köster (Hrsg.) *Vorschulische Bildungsprozesse in Mathematik und in den Naturwissenschaften* (S. 143 – 159). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Matheforscher

Grunderfahrungen



Name: _____

Mathematisches Denken und Handeln

Du ...	mit Unterstützung	ab und zu selbstständig	häufig selbstständig	sicher und selbstständig
freust dich daran, kreativ zu gestalten, hast originelle Ideen und Lust am Forschen				
kannst mit anderen über Sachverhalte diskutieren				
versuchst, andere Standpunkte zu verstehen				
versuchst, Probleme gezielt / beharrlich zu lösen				
kannst deine Meinung begründen und Behauptungen auf ihren Wahrheitsgehalt hin überprüfen				
verabredest mit anderen gemeinsame Spielregeln und achtest auf ihr Einhaltung				

Erfahrungsbereich Form

Du ...	mit Unterstützung	ab und zu selbstständig	häufig selbstständig	sicher und selbstständig
erkennst Formen (z. B. Viereck, Kreis, Dreieck)				
benennst Formen (z. B. Viereck, Kreis, Dreieck)				
zeichnest Formen erkennbar / korrekt (frei oder mit Hilfsmitteln)				
setzt ein Muster aus Formen sinnvoll fort				
bastelst gezielt Formen (Schneiden, Falten ...)				

Erfahrungsbereich Raum

Du ...	mit Unterstützung	ab und zu selbstständig	häufig selbstständig	sicher und selbstständig
baust Gebäude aus Bauklötzen (frei / nach Vorlage)				
kannst die Anzahl der Einzelteile eines Bauwerks (Würfelgebäude ...) bestimmen				
kannst Formen nach Raumlage (links von dir ... hinter dir ...) finden				
beachtest beim Abzeichnen von Bauwerken oder Mustern die räumlichen Beziehungen (Dreieck / Prisma oberhalb des Quadrats / Würfels ...)				
gestaltest / bastelst Körperformen (Vollmodelle aus Knetmasse, Kantenmodelle mit Hölzchen, Pappe ...)				
kannst einfache Wege beschreiben				

Erfahrungsbereich Zahl und Zählen

Du ...	mit Unterstützung	ab und zu selbstständig	häufig selbstständig	sicher und selbstständig
zählst die Augen eines Spielwürfels korrekt				
setzt einen Spielstein (passend) zählend weiter				
erkennst die Ziffern bis 9				
liest Zahlen ≥ 10				
kannst z. B. im Spiel sagen, wer an 3. (4.) Stelle ist				
zählst Gegenstände richtig ab bis ...				

Erfahrungsbereich Zahl und Struktur

Du ...	mit Unterstützung	ab und zu selbstständig	häufig selbstständig	sicher und selbstständig
erkennst eine Würfelzahl / Fingeranzahl simultan (ohne zu zählen)				
setzt den Spielstein auf einmal oder z. B. in 2er-Schritten weiter				
erfasst Anzahlen / Mengenunterschiede schätzend / durch die Struktur				
kannst dir 5 (...) Gegenstände auf einmal nehmen				
kannst sagen, wie viel du hast, wenn du noch 2 bekommst / wenn du 2 abgeben musst (ohne zu zählen)				

Erfahrungsbereich Länge und Masse

Du ...	mit Unterstützung	ab und zu selbstständig	häufig selbstständig	sicher und selbstständig
kannst ... Dinge nach Länge vergleichen und ordnen				
kannst ... Dinge nach Gewicht vergleichen und ordnen				
erforscht Waagen und Messgeräte spielerisch				
verstehst Scherze und Geschichten, die Maße thematisieren (Däumling, Gullivers Reisen ...)				
findest für verschieden große Dinge die passenden Aufbewahrungsgefäße, Kisten etc.				

Erfahrungsbereich Zeit und Geld

Du ...	mit Unterstützung	ab und zu selbstständig	häufig selbstständig	sicher und selbstständig
beachtest und kennst zeitliche Abläufe im Alltag				
kennst die Wochentage in ihrer Reihenfolge				
kennst die Jahreszeiten in ihrer Reihenfolge				
erzählst von Erfahrungen in der richtigen Zeitfolge				
kennst deinen Geburtstag (im Jahresablauf / Datum)				
bewegst dich passend zu Rhythmen				
planst mit / erwartest zukünftige Ereignisse				
erkennst einige Münzen und Scheine (z. B. aus Einkaufssituationen, bei Eintrittsgelder ...)				

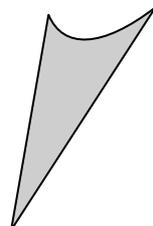
Erfahrungsbereich Daten und Zufall

Du ...	mit Unterstützung	ab und zu selbstständig	häufig selbstständig	sicher und selbstständig
kennst Zahlen, die für dich von Bedeutung sind (z.B. deine Hausnummern, Telefonnummer etc.)				
ahnst, dass manche Ereignisse Gesetzmäßigkeiten folgen				
bildest Hypothesen / machst dir Gedanken über die Ursache von Ereignissen				

Dokumente für die Schatzkiste ...

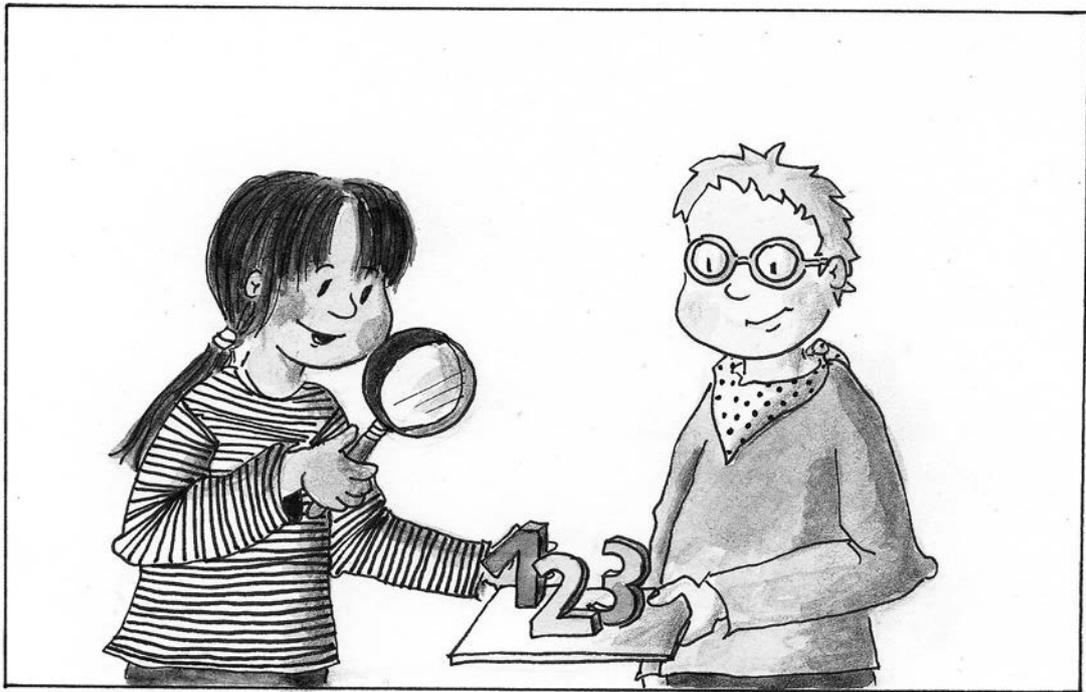
- dokumentierten Kurzeitbeobachtungen
- Kinderzeichnungen, Rechendokumente, Bauwerkskizzen, Wegepläne etc.
- Fotos des Kindes in verschiedenen Aktionen und sozialen Konstellationen
- protokollierte Kinderäußerungen
- Beobachtungsnotizen oder Bemerkungen der Erziehenden oder Lehrpersonen ...

Ergänzende Notizen



Matheforscher

Schulanfangsphase



Name: _____

Mathematisches Denken und Handeln

(Prozessbezogene mathematische Standards)

Du ...	mit Unterstützung	ab und zu selbstständig	häufig selbstständig	sicher und selbstständig
bist kreativ und wissbegierig und bleibst bei einem Problem bei der Sache und findest Lösungsideen (Problemlösen)				
erzählst anderen Kindern deine (Lösungs-)Ideen und versuchst neue oder andere Wege zu verstehen (kommunizieren)				
findest Argumente für dein Vorgehen und kannst es begründen (argumentieren)				
erkennst falsche Begründungen und gehst Fehlern und Missverständnissen nach (argumentieren)				
notierst deine Ideen z. B. Rechenwege oder Skizzen zu Sachaufgaben nachvollziehbar (darstellen)				

Weitere prozessbezogene Kompetenzen in den Bereichen Modellieren, Darstellen und Umgang mit symbolischen oder formalen Elementen der Mathematik sind hier in die folgenden Erfahrungsbereiche integriert, um Dopplungen in der Dokumentation zu vermeiden.

Schatzkiste Kinderäußerungen, Lerngeschichten, schöne Aufgabenlösungen ...

Erfahrungsbereich Zahlen (Leitidee 1 – Teil 1)

Du ...	mit Unterstützung	ab und zu selbstständig	häufig selbstständig	sicher und selbstständig
zählst sicher in (Einer-, Zweier-, Fünfer-, Zehner- und anderen) Schritten vor- und rückwärts bis 100				
ordnest Zahlen bis 100 am Zahlenstrahl oder Rechenstrich (Vorgänger, Nachfolger, Liegt-zwischen-Beziehung)				
vergleichst Zahlen bis 100 am Zahlenstrahl oder Rechenstrich (ist gleich, ist größer als, ist kleiner als)				
erfasst Anzahlen durch geschicktes Strukturieren und Bündeln zunehmend simultan und verstehst Stellenwerte (Zehner-Einer-Beziehung)				
nutzt strukturierte Zahlbilder (Punktefelder)				
beherrscht Zerlegungen und Ergänzungen der 10 auswendig und nutzt Zerlegungen von Zahlen bis 100				
erkennst Eigenschaften von Zahlen (gerade, ungerade) und Zahlbeziehungen (Doppeltes, Hälfte)				
schätzt Anzahlen bis 100 geschickt ein				
kannst alle Ziffern laut Ziffernkurs schreiben				

Schatzkiste Zahlenalbum / Ordnen am Rechenstrich / eigene strukturierte Zahlbilder ...

Erfahrungsbereich Operationen (Leitidee 1 – Teil 2)

Du ...	mit Unterstützung	ab und zu selbstständig	häufig selbstständig	sicher und selbstständig
verstehst Addieren als Hinzufügen bzw. Vereinigen und Subtrahieren als Wegnehmen bzw. Unterschied				
beherrscht die 1+1-Aufgaben (bis Summe 10) auswendig und kannst andere Aufgaben durch Strategien (Verdoppeln, Halbieren, Nachbaraufgabe, Zerlegen, Analogien etc.) ableiten				
nutzt beim Addieren und Subtrahieren bis 100 Rechenstrategien (z. B. Stellenwerte extra, Vereinfachen, Hilfsaufgabe (Nachbar, Analogie etc.), Schrittweise)				
verstehst Multiplizieren sukzessiv als wiederholte Addition bzw. simultan z. B. am Punktefeld und Dividieren als Aufteilen bzw. Verteilen				
beherrscht die Kernaufgaben des 1x1 auswendig und kannst andere Aufgaben (distributiv) ableiten (z. B. $2 \cdot 3 + 5 \cdot 3 = 7 \cdot 3$)				
entdeckst Zusammenhänge zwischen Operationen und Umkehroperationen und nutzt die Kommutativität (Aufgabenfamilien z. B. $3 \cdot 5 = 15$, $5 \cdot 3 = 15$ und $15 : 3 = 5$, $15 : 5 = 3$)				

Schatzkiste eigene, besondere Rechenwege / Lieblingsaufgaben / Ableitungsstrategien...

Erfahrungsbereich Gleichungen und Funktionen (Leitidee 4)

Du ...	mit Unterstützung	ab und zu selbstständig	häufig selbstständig	sicher und selbstständig
vergleichst Zahlenterme mit Zahlen (=, <, >) z. B. $2+5 > 6$				
löst einfache Gleichungen mit Platzhaltern (z. B. $\square - 4 = 10$) und kannst deinen Lösungsweg beschreiben				
zeichnest passende Darstellungen (Punktmuster, Rechenstrich, Streifendiagramm etc.) zu Termen und Gleichungen				
kannst Handlungen und Sachverhalte als Rechenoperationen (Terme und Gleichungen) darstellen (modellieren)				
erfindest passende Rechengeschichten zu Termen und Gleichungen (modellieren)				
verwendest z. B. bei Zahlenrätseln auch Pfeildarstellungen (am Rechenstrich oder Operatorschreibweise)				
beschreibst und erfindest Muster aus Formen oder Zahlenmuster (z. B. in strukturierten Rechenpäckchen) und setzt solche Muster fort				
beschreibst Zuordnungen (z. B. je mehr – desto mehr) in Alltagszusammenhängen				

Schatzkiste eigene Zahlen- und Formenmuster / Lieblingmuster bei Rechenpäckchen ...

Erfahrungsbereich Form (Leitidee 3 – Teil 1)

Du ...	mit Unterstützung	ab und zu selbstständig	häufig selbstständig	sicher und selbstständig
erkennst und benennst die Figuren Dreieck, Viereck, Rechteck, Quadrat, Kreis (in der Umwelt und an Modellen)				
beschreibst einzelne Merkmale der Figuren und benutzt dabei die Begriffe Strecke, Punkt, Seite				
zeichnest und gestaltest Figuren (erkennbar / korrekt) frei und mit Hilfsmitteln (Lineal, Schablonen, Geobrett, Falten, Schneiden, Legen)				
findest die Spiegelachse in einer Figur (Falten, Spiegeln) und ergänzt Figuren spiegel-symmetrisch (z.B. auf Kästchenpapier)				
erzeugst Spiegelbilder von ebenen Figuren (Spiegeln, Klecksen) und vergleichst Original und Spiegelbild (deckungsgleich)				

Schatzkiste Zeichnungen einzelner Formen / ‚Kunstwerke‘ aus geometrischen Figuren / Abbildungen von Figuren aus Zeitschriften ...

Erfahrungsbereich Raum (Leitidee 3 – Teil 2)

Du ...	mit Unterstützung	ab und zu selbstständig	häufig selbstständig	sicher und selbstständig
erkennt und benennst die Körper Kugel, Würfel, Quader (in der Umwelt und an Modellen)				
beschreibst einzelne Merkmale der Körper und benutzt dabei die Begriffe Ecke, Kante, Seite(nfläche)				
beschreibst die Raumlage von Objekten aus <i>deiner</i> Perspektive (links - rechts, unter - über, vor - hinter, neben...) und später aus der Perspektive <i>eines anderen Kindes</i>				
beschreibst räumliche Beziehungen von Objekten zueinander (links von - rechts von, innen - außen, zwischen...)				
bewegst Objekte bzw. dich selbst (auch nach Anweisungen) und beschreibst die Veränderung der räumlichen Beziehungen bzw. der Raumlage				
baust mit Würfeln frei / nach Vorlage und ergänzt Würfelbauten laut Vorlage oder Beschreibung anderer				
gestaltest Körper z. B. aus Bausteinen, mit Knetmasse, Hölzern oder durch Falten				

Schatzkiste Zeichnungen oder Fotos von Bauwerken / eigene Wegekarten ...

Erfahrungsbereich Länge (Leitidee 2 – Teil 1)

Du ...	mit Unterstützung	ab und zu selbstständig	häufig selbstständig	sicher und selbstständig
schätzt die Länge von Dingen sinnvoll, vergleichst und ordnest Objekte nach Länge				
findest für 1 m, 1 cm entsprechende Repräsentanten aus der Umwelt (Stützpunktvorstellungen)				
wählst selbst gefertigte oder genormte Messinstrumente entsprechend der Fragestellung sinnvoll aus und misst Längen richtig				
verstehst Messen als Vervielfachen der Einheit (multiplikativer Vergleich, z. B. $5 \cdot 1 \text{ m} = 5 \text{ m}$)				
kannst mit Längen in Sachaufgaben und Alltagsfragen (innerhalb einer Einheit) rechnen, sinnvolle Fragestellungen entwickeln und Ergebnisse auf Plausibilität prüfen (modellieren)				
verstehst verschiedene Sprech- und Schreibweisen von Längen und verwendest sie ($1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$)				

Schatzkiste eigene Körperdaten (Körpergröße, Spannweite ...) /
Bilder von Stützpunkt-Repräsentanten ...

Erfahrungsbereich Zeit und Geld (Leitidee 2 – Teil 2)

Du ...	mit Unterstützung	ab und zu selbstständig	häufig selbstständig	sicher und selbstständig
hast ein Gefühl für die Dauer 1 Stunde (h), 1 Minute (min), 1 Sekunde (s) (Stützpunktvorstellungen)				
verstehst den Unterschied zwischen Zeitpunkt (8 Uhr) und Zeitspanne (8 h)				
wählst selbst gefertigte oder genormte Messinstrumente entsprechend der Fragestellung sinnvoll aus und misst Zeit richtig				
weißt, dass 1 h = 60 min, 1 Tag = 24 h und 1 € = 100 Cent sind und wandelst entsprechend um				
kennst im Kalender die Wochentage und Monate in ihrer Reihenfolge				
kannst mit Zeitspannen rechnen (Minuten ohne Überschreitung, volle Stunden, Tage oder Wochen am Kalender)				
kennst die Geldwerte von Münzen und Scheinen und einige Preise von Alltagsobjekten (Stützpunktvorstellung) und stellst Beträge in unterschiedlichen Stückelungen dar				
kannst mit Zeit und Geld in Sachaufgaben und Alltagsfragen (innerhalb einer Einheit) rechnen, sinnvolle Fragestellungen entwickeln und Ergebnisse auf Plausibilität prüfen (modellieren)				

Schatzkiste Geburtstagskalender / eigener Tagesablauf / persönlich wichtige Uhrzeiten ...

Erfahrungsbereich Daten und Zufall (Leitidee 5)

Du ...	mit Unterstützung	ab und zu selbstständig	häufig selbstständig	sicher und selbstständig
sammelst Daten und stellst sie in Tabellen, Strichlisten oder Säulendiagrammen (durch Ausmalen von Rechenkästchen) dar				
entnimmst aus Bildern, Strichlisten, Kalendern und Diagrammen Informationen und triffst Aussagen dazu				
führst Zufalls-Experimente z. B. mit Würfel, Münzen, Wendepfättchen durch und notierst die Ergebnisse (Protokoll)				
kannst in Vorgängen der Umwelt zufällige Ereignisse finden und hast ein erstes Verständnis von Wahrscheinlichkeit (ist möglich (aber nicht sicher), ist sicher, ist unmöglich)				
löst einfache kombinatorisch Aufgaben durch Probieren und Strukturieren				

Schatzkiste wichtige Daten (Geburtstage) notieren / Schaubilder, Tabellen aus Zeitschriften ...

Ergänzende Notizen

