



TransKiGs wurde gefördert als BLK-Programm  
von Bund und Ländern im Zeitraum vom 1.2.2005 bis 31.12.2006

# **Abschlussbericht**

## **Wissenschaftliche Begleitung der Implementierung der Lerndokumentation Mathematik im Rahmen des Projekts TransKiGs für das Land Berlin**

**Dezember 2009**

Prof. Dr. Anna S. Steinweg, Otto-Friedrich-Universität Bamberg

Hedwig Gasteiger, Ludwig-Maximilians-Universität München

<b>I</b>	<b>Einleitung</b> .....	<b>3</b>
<b>II</b>	<b>Lerndokumentation Mathematik</b> .....	<b>4</b>
<b>III</b>	<b>Elemente der wissenschaftlichen Begleitung</b> .....	<b>5</b>
	1. Expertise zu Kompetenzdiagnosen 2006/07.....	7
	2. Feld-Forschung Kita 2007 .....	7
	3. Feld-Forschung Schule 2009 .....	8
	4. Fortbildungsoffensive 2007, 2008 .....	14
	5. Wissenschaftliche Fachtagungen 2006, 2007, 2008, 2009.....	14
	6. Handreichung Mathematik in der SAPh .....	15
	7. Evaluation des Einsatzes der Lerndokumentation in einer längsschnittlichen Interventionsstudie .....	15
	8. Akzeptanzstudien 2007, 2008, 2009.....	16
	9. Synergie-Elemente - Adaption der Lernausgangslageuntersuchung.....	28
<b>IV</b>	<b>Fazit</b> .....	<b>29</b>
<b>V</b>	<b>Literatur</b> .....	<b>30</b>

## ***I Einleitung***

Im Mittelpunkt der wissenschaftlichen Begleitung der Implementierung der Lerndokumentationen Mathematik von Frau Gasteiger (Ludwig-Maximilians-Universität München) unter der Leitung von Prof. Dr. Steinweg (Otto-Friedrich-Universität Bamberg) stand die Frage, wie prozessbegleitende Beobachtung und Dokumentation der individuellen mathematischen Kompetenzen und Fähigkeiten mit Hilfe des Instruments Lerndokumentationen Mathematik dazu beitragen kann, die mathematische Kompetenzentwicklung der Kinder in Kindertagesstätten (und Grundschulen) zu verbessern.

Der Frage nach notwendigen Beobachtungs- und Diagnosekompetenzen bei den Erziehenden und Lehrkräften sowie nach zusätzlichen Anregungsmaterialien oder Initiativen, die helfen, mathematische Kompetenzentwicklung bei den Kindern bewusst wahrnehmen, Lern- und Entwicklungsschritte anregen, begleiten sowie dokumentieren zu können, wurde nachgegangen.

Die Lerndokumentation für den Bereich der Grunderfahrungen und der Schulanfangsphase wurde 2006 wissenschaftlich entwickelt und liegt den Kindertagesstätten im Projekt TransKiGs sowie den Berliner Schulen im Berichtszeitraum seit Frühjahr 2007 vor (STEINWEG 2006).

Die Zwischenergebnisse der Begleitforschung liegen vor (vgl. GASTEIGER / STEINWEG Zwischenbericht 2006, 2007, 2008). Im vorliegenden Abschlussbericht wird an geeigneter Stelle auf diese Ergebnisse verwiesen.

## II *Lerndokumentation Mathematik*

Im Berliner TransKiGs-Ansatz stand die Lerndokumentation Mathematik (STEINWEG 2006) als Instrument der Kooperation zwischen Kita und Schule im Mittelpunkt.

Die mathematikdidaktischen Grundannahmen dieses Ansatzes können dabei insbesondere an vier Eckpfeilern festgemacht werden.

Mathematische Anregungsangebote sind an Kernideen der Mathematik zu orientieren. In der individuellen Auseinandersetzung finden Lernprozesse dabei als Entwicklung vom Singulären zum Regulären (GALLIN & RUF 1998) statt.

Die Auseinandersetzung mit mathematischen Angeboten in substantiellen Lernumgebungen wird als aktiv-entdeckender Lernprozess (WITTMANN 1993) im Sinne des Ko-Konstruktivismus angenommen.

Der soziale Austausch über Erfahrungen, die als Subjektive Erfahrungsbereiche (BAUERSELD 1983) ausgemacht werden, spielt hierbei eine wesentliche Rolle.

Der Einbezug von Eigenprodukten (SELTNER 1995) als Instrument des Lernprozesses und als Dokument des Prozesses ist selbstverständlich.

Die Lerndokumentation bietet eine Übersicht über die wichtigen Kompetenzen, die als Grunderfahrungen erworben werden, bis hin zu den mathematischen Kompetenzen am Ende der Schulanfangsphase.

<b>Erfahrungsbereich Länge und Masse (Größen und Messen I)</b>				
<b>Du</b>	mit Unterstützung	ab und zu selbstständig	häufig selbstständig	sicher und selbstständig
kannst ... Dinge nach Länge vergleichen und ordnen				
kannst ... Dinge nach Gewicht vergleichen und ordnen				
erforschst Waagen und Messgeräte spielerisch				
verstehst Scherze und Geschichten, die Maße thematisieren (Däumling, Gullivers Reisen ...)				
findest für verschieden große Dinge die passenden Aufbewahrungsgefäße, Kisten etc.				

Abb. 1 Ausschnitte aus dem Bereich Länge und Masse / Grunderfahrungen

Neben der Möglichkeit diese Dokumentation für einzelne Kinder in tabellarischer Form zu führen, wird ebenso angeregt, zusätzliche Dokumente des Lernprozesses aufzugreifen und ergänzend zu dokumentieren. Hierzu zählen z.B.

- dokumentierte Kurzeitbeobachtungen,
- Kinderzeichnungen, Rechendokumente, Bauwerksskizzen, Wegepläne etc.,
- Fotos des Kindes in verschiedenen Aktionen und sozialen Konstellationen,
- protokollierte Kinderäußerungen
- Beobachtungsnotizen oder Bemerkungen der Erziehenden oder Lehrpersonen.

Die Implementation der Lerndokumentation Mathematik zielte auf Effekte für die Arbeit der Erziehenden in drei Ebenen.

Auf der Ebene der Kinder ermöglicht sie individuelle, mathematische Kompetenzen wahr- und ernst zu nehmen.

In der Ebene der Zusammenarbeit mit Eltern bietet sie eine theoretisch fundierte und wissenschaftliche Gesprächsgrundlage, um individuelle, professionelle Rückmeldungen zu geben.

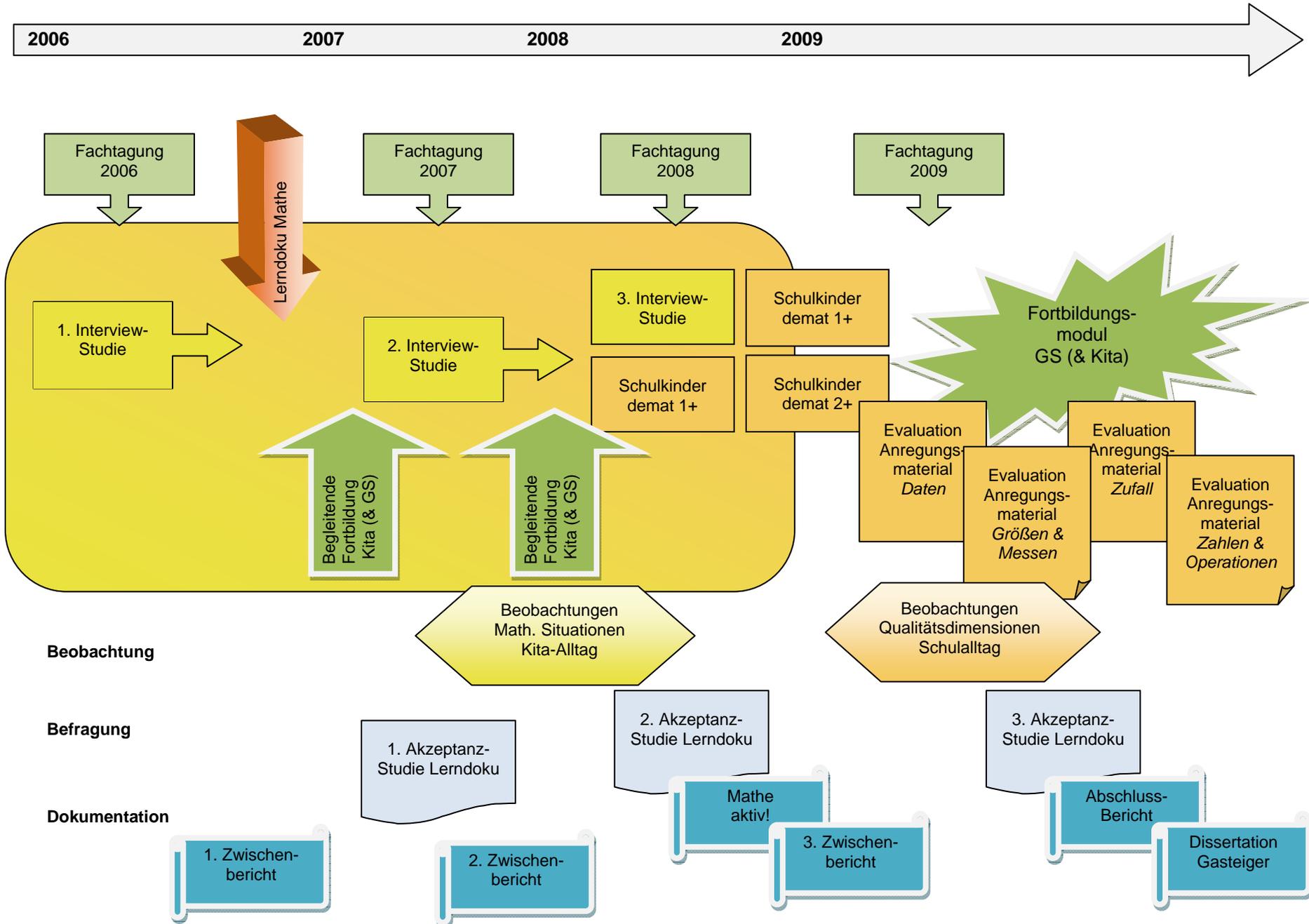
Auf der Ebene der Erziehenden und Lehrenden kann über die Arbeit mit der Lerndokumentation die Übersicht der wichtigen Kompetenzbereiche gewahrt werden. Ebenso sind neben dieser Hilfe zur Beobachtung gleichzeitig Hinweise auf wichtige Anregungsbereiche und Förderbereiche implizit (Prozessdiagnostik). Zudem gilt auch hier, dass die Lerndokumentation als wissenschaftlich fundierte Gesprächsgrundlage im Kollegium *und* zwischen Kita und Schule fungieren kann.

### ***III Elemente der wissenschaftlichen Begleitung***

Ergänzend zu der laufenden Längsschnittuntersuchung wurden weitere Elemente der wissenschaftlichen Begleitung genutzt.

Die einzelnen Elemente sind in der folgenden Übersichtsdarstellung über die ganze Projektphase in den Ebenen Intervention, Beobachtung, Befragung und Dokumentation aufgeführt.

## Wissenschaftliche Begleitung der Implementierung der Lerndokumentation Mathematik - Projekts TransKiGs für das Land Berlin



## **1. Expertise zu Kompetenzdiagnosen 2006/07**

Mit dem Ziel Hintergrundwissen zur Nutzung und unterschiedlichen Bedeutung von Diagnoseinstrumenten bzgl. mathematischer Kompetenzen in den Altersgruppen der Kindertagesstätten bereit zu stellen und die Lerndokumentation Mathematik als *neues* Instrument herauszuarbeiten, wurde in der Expertise (GASTEIGER 2007) eine Auflistung, Bewertung und Einordnung von vorliegenden Diagnoseinstrumenten vorgenommen.

## **2. Feld-Forschung Kita 2007**

Mathematische Aktivitäten, die im Alltag der Kindertagesstätten spontan auftreten, werden oft nicht genügend als solche wahrgenommen. Mathematische Anregungen müssen, so die Grundannahme, nicht immer initiiert, konstruiert oder durch Trainings-Materialien evoziert werden.

Die innerhalb der Lerndokumentation Mathematik beschriebenen Inhaltsbereiche in der täglichen Interaktion mit Kindern aufzugreifen, kann die Kinder in ihrem Fortkommen unterstützen. Die Wahrnehmung von Mathematik in Alltagsanlässen setzt jedoch voraus, wachsam und beobachtend die Interaktionen unter und mit Kindern zu beobachten. Die Lerndokumentation Mathematik und die dort aufgezeigten, wesentlichen Grunderfahrungen können die Beobachtung erleichtern und Erzieherinnen und Erzieher in dieser wichtigen Aufgabe stärken.

In der Feld-Forschung als nicht-teilnehmende Beobachtung des Kita-Alltags wurde eine Sammlung von „mathematischen Momenten“ durch die Auswertung von Alltagsbeispielen ermöglicht. Diese können in der Veröffentlichung „Mathe aktiv!“ (STEINWEG 2008a) nachgelesen werden. Ziel der Darlegung ist die Ermutigung und Anregung sowie Professionalisierung der Erziehenden.

### 3. Feld-Forschung Schule 2009

Neben einigen bereits berichteten, begleitenden Forschungsarbeiten (GASTEIGER/STEINWEG 2008) zur mathematischen Frühförderung, z.B. zu Längenkonzepthen von Kindergartenkindern und zur Auseinandersetzung mit dem Phänomen der mathematischen Hochbegabung, wurden 2009 insbesondere die Anregungsmaterialien, die der Lerndokumentation Mathematik im Ordner „Beobachten-Dokumentieren-Fördern“ (Sommerlatte et al. 2008) zur Seite gestellt wurden, evaluiert.

Die Evaluationen in wissenschaftlich begleiteten Praxiserprobungen erfolgten

- ... in unterschiedlichen *methodischen Settings*
- ... in verschiedenen *Inhaltsbereichen*.

#### Größen und Messen – Methode: Stationen- und Freiarbeit

Im Inhaltsbereich „Größen und Messen“ wurden die Materialien sowohl in der Freiarbeit als auch im Stationenlernen erprobt: „Unter Anwendung zweier verschiedener Unterrichtsmethoden werden Unterschiede und Gemeinsamkeiten im Einsatz der Karten in Freiarbeit und Stationenlernen aufgezeigt und analysiert.“ (SCHWERTBERGER 2009, 1)

Der Einsatz der Karten in der Freiarbeit wurde durch die Auswertung der von den Kindern beantworteten Fragebögen überprüft. „Auch soll in Erfahrung gebracht werden, ob sich die Kinder gern und mehrfach mit diesem Material beschäftigen und wie häufig es Verständnisschwierigkeiten mit den Fragestellungen der Karten gibt. (...) Anhand der Schülerfragebögen (...) soll die Häufigkeit der Bearbeitung der Kärtchen vor und nach der Einführung der Thematik analysiert werden. Auch den Anreiz, den Schwierigkeitsgrad und die Verständlichkeit der Aufgabenstellung der Karten bewerten die Schülerinnen und Schülern selbst. So werden die Karten aus Sicht der Kinder, die schließlich damit umgehen und arbeiten sollen, beurteilt.“ (SCHWERTBERGER 2009, 28)

Im Fazit ließ sich zeigen: „Insgesamt sind die Karteikarten der Lerndokumentation Mathematik für die Freiarbeit gut einsetzbar. Die Karten können genauso benutzt werden und sind, wie die Untersuchung zeigt, größtenteils verständlich, um von den Kindern selbstständig bearbeitet werden zu können.“ (SCHWERTBERGER 2009, 82)

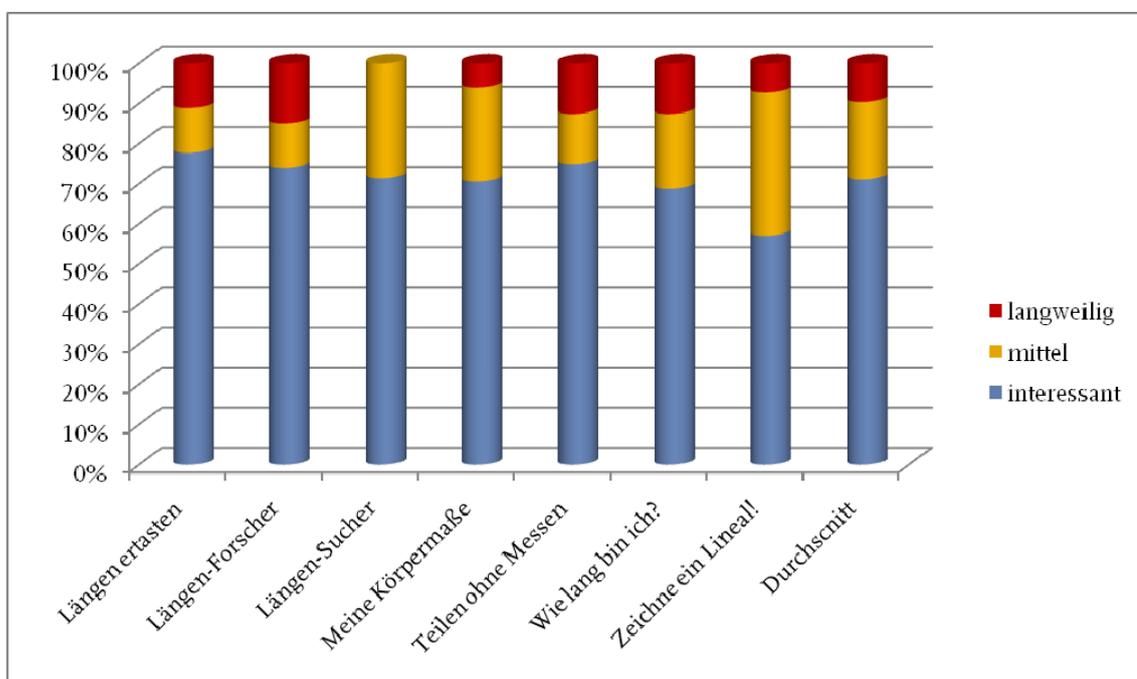
Im Stationenlernen (Doppelstunde) wurde eine Auswahl der Karten (7 Karten) getroffen. Als Pflichtstationen wurden die Aufgaben Längen-Forscher, Längen-Sucher

und Meine Körpermaße festgelegt, als freiwillige Stationen Längen ertasten, Wie lang bin ich?, Zeichne ein Lineal und Teilen ohne Messen.

Die Stunde wurde videodokumentiert, damit die Beobachterin während der Arbeitsphase anwesend und ansprechbar sein kann. Mit Hilfe der Videodokumentation können nachträglich genauere Aussagen getroffen werden und so der Ablauf der Unterrichtsstunde besser analysiert werden. „Durch die Kinder selbst wurden auch bei dem Stationenlernen die Karten zusätzlich hinsichtlich des Schwierigkeitsgrades und der Motivation durch Notation auf dem Laufzettel bewertet.“ (SCHWERTBERGER 2009, 30 f.)

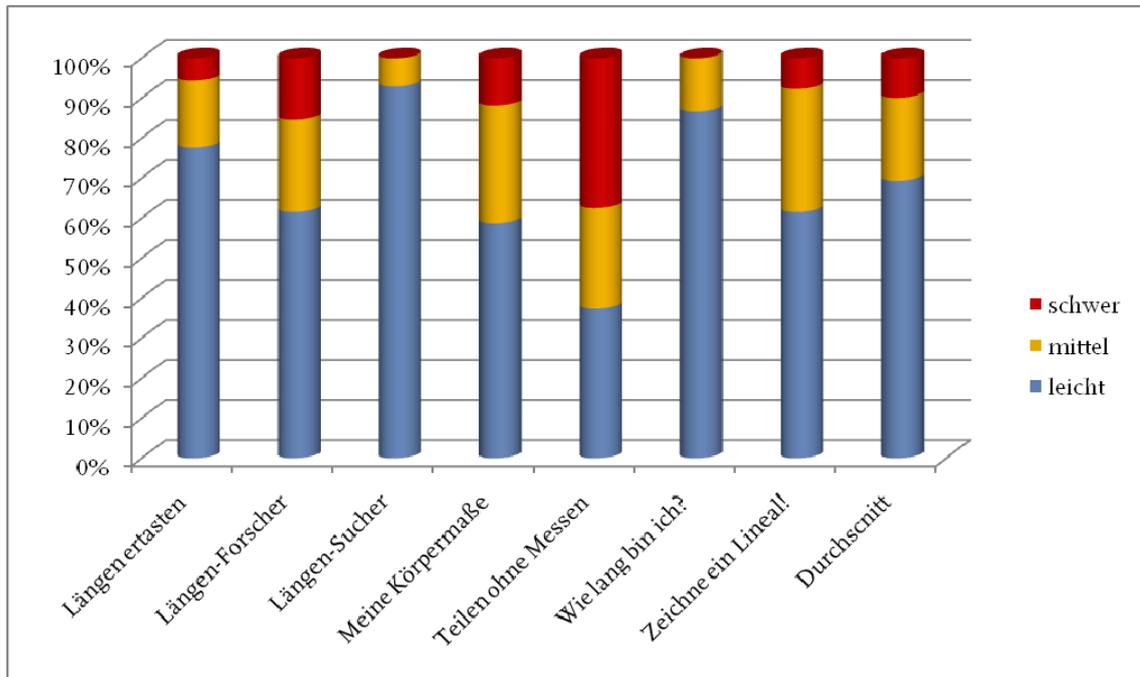
Die Arbeit mit den Karten war ohne große Hilfestellungen möglich: „In der Doppelstunde der Durchführung kam kein Kind zu mir, um eine Frage zur Bearbeitung einer Aufgabe zu stellen. Dies weist darauf hin, dass die Aufgabenstellung für die Kinder gut verständlich war. Allerdings fragten einige Kinder ihre Klassenlehrerin wie sie die Tabelle zu Karte fünf auszufüllen haben. Natürlich kann es auch sein, dass die Kinder sich gegenseitig halfen, wenn Fragen zur Bearbeitung der einzelnen Stationen auftraten.“ (SCHWERTBERGER 2009, 81)

Die Ergebnisse der Selbstauskünfte durch die Kinder (Fragebögen) ergaben ein positives Bild der Materialien, die durchweg als anregend empfunden wurden:



In der Arbeit wurde herausgearbeitet, dass „die Karten, die mit Material zu bearbeiten sind und einen spielerischen Umgang mit Längen bevorzugen, von den Kindern lieber bearbeitet worden [sind].“ (SCHWERTBERGER 2009, 83)

Die Einschätzung der Schwierigkeitsgrade der Anforderungen durch die Karten war sehr divergent:



Es gab jedoch keinen direkten Zusammenhang zwischen den Bewertungen des Schwierigkeitsgrads und der Bewertung des Interesses: „Die Kinder bewerteten also eine Aufgabe, die ihnen schwer fällt, nicht automatisch als langweilig.“ (SCHWERTBERGER 2009, 80)

#### Daten – Methode: Projekt

SAUER (2009) weist nach, dass die Anregungsideen des Projekts „Das sind wir“ exakt den Grundlagen des Statistical Thinking Framework (JONES ET AL. 2000 „Assessing and Fostering Children’s Statistical Thinking“ [www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/10/ICME9\\_06.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/10/ICME9_06.pdf)) folgen. Dabei können die folgenden vier Phasen ausgemacht werden:

- Beschreiben von Datendarstellungen
- Organisieren und Reduzieren von Datenmaterial
- Repräsentation von Datenmaterial
- Analyse und Interpretation von Daten

Das Design der Untersuchung „beinhaltet zum einen, einen Unterrichtsversuch mit Pre-Posttestdesign, welcher auf Anregungsmaterialien der „Lerndokumentation Mathematik“ basiert. Zum anderen beinhaltet es eine Lehrer/innenbefragung, welche ein Meinungsbild zur Behandlung des Themenbereiches „Daten erfassen und darstellen“ in den Jahrgangsstufen 1 und 2 erfassen soll und die befragten Lehrkräfte die vorgestellten Anregungsmaterialien bewerten lässt.“ (SAUER 2009, 2)

Im Ergebnis macht die Lehrkräftebefragung die Einschätzung deutlich, dass die Materialien als „eine geeignete Grundlage, um den Lernbereich „Daten erfassen und darstellen“ in den Klassen 1 und 2 zu behandeln und als geeignete Ergänzung zu bisher verwendeten Materialien“ angesehen werden. „90% Prozent der Befragten [werteten] das ihnen vorgelegte Material als anschaulich, der Lebenswelt der Kinder angepasst und als motivierend. Dies lässt die Vermutung zu, dass der Großteil der Befragten bereit wären, die vorgestellten Materialien einzusetzen und diese als Bereicherung für ihren eigenen Mathematikunterricht ansehen.“ (SAUER 2009, 72 f.)

In der Praxiserprobung (SAUER 2009, 68 ff.) zeigten die Kinder von Anfang an eine positive Einstellung zum Projekt. Besonders da die Thematik sie selbst als Klasse betraf, wirkte dies motivierend und erzeugte Spannung und Vorfreude auf die Ergebnisse. Die große Handlungsorientierung, die Gruppenarbeitsphasen und die Möglichkeit, sich in einigen der Unterrichtsphasen frei im Klassenzimmer bewegen zu können, schienen die Kinder als besonders angenehm empfunden zu haben.

### Zahlen und Operationen – Methode: Einzelförderung

Das Ziel der Untersuchung von SCHRÖDER (2009) war zu ermitteln, ob die Lerndokumentation Mathematik, die für den Anfangsunterricht in der Grundschule konzipiert wurde und dem Aufbau grundlegender Kompetenzen dient, „auch für einen sonderpädagogischen Einsatz verwendet werden kann.“ (SCHRÖDER 2009, 4)

In verschiedenen Fallstudien wurden die Anregungsmaterialien als Fördermaterialien eingesetzt. Je nach Förderbedarf und Leistungsstand wurde dabei der Schwerpunkt auf unterschiedliche Materialien gelegt: „Ausgehend von Emils Leistungsstand wurden [z. B.] für die Fördersitzungen solche Materialien ausgewählt, die den Schwerpunkt auf die Schulung der simultanen Anzahlerfassung legten. Dazu gehörten unter anderem „Mathematik-Domino“, „Zahlenmemory“ und „Rot oder Blau.“ (SCHRÖDER 2009, 71)

Weiter berichtet SCHRÖDER: „Das „Zahlenmemory“ hat sich bereits in der ersten Sitzung zu Emils Lieblingsspiel entwickelt. Anfangs fiel es ihm noch schwer, sich die

bereits aufgedeckten Inhalte zu merken. Mit jedem Spieldurchlauf wurde Emil allerdings besser. Zum Teil konnte man ihm sogar beim Lernen „zusehen“: Nach dem Spieldurchlauf, in dem die Spielkarten mit den Finger und Punktedarstellungen verwendet wurden, sortierte Emil seine gewonnenen Karten besonders langsam. Er schaute sich dabei jede Karte genau an und verglich die verschiedene Darstellung einer Zahl einmal durch Punkte und einmal durch Finger.“ (SCHRÖDER 2009, 71)

Nicht nur in diesem Fallbeispiel, sondern auch bei den anderen beteiligten Kindern, ließ sich ein Leistungszuwachs in relevanten Bereichen im Pre-Post-Test-Design nachweisen: „Bei der Auswertung der Nachuntersuchung ist Emils enormer Lernfortschritt aufgefallen. Während er beim Pretest 15 Fehler machte, waren es beim Posttest nur noch drei. Emil hat damit seine Leistung um fast 30% verbessert (...). Auch die Bearbeitungszeit der Testaufgaben hat sich von 14 auf 5 Minuten reduziert.“ (SCHRÖDER 2009, 72)

Insgesamt resümiert SCHRÖDER: „Die Arbeitsmaterialien aus der Lerndokumentation Mathematik waren für ihren Einsatz in der Untersuchung sehr gut geeignet. Bei den umgesetzten Spielvorschlägen machten die Kinder motiviert mit. (...) zeigten sie sogar ein gestiegenes Interesse an mathematischen Operationen, stellten eigene mathematische Aufgaben und versuchten sie zu lösen. So wurde oft im Anschluss an das Spiel noch weiter mit den Materialien gerechnet. (...) Durch die einfach gehaltenen Spielregeln (...) konnte der Schwierigkeitsgrad dem jeweiligen Leistungsstand des Kindes schnell und unkompliziert angepasst werden.“ (SCHRÖDER 2009, 75)

#### Zufall – Methode: „alltägliche“ Übungsstunden

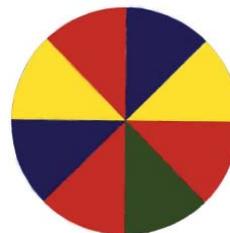
Die Anregungsmaterialien im Bereich Zufall und Kombinatorik wurden von NOACK in „alltäglichen“ Unterrichtssettings eingesetzt. Dabei dienten manche Karten als Einführung in das Thema und andere wurden in Übungsphasen zur weiteren Bearbeitung gegeben (NOACK 2009, 24 ff.)

Demnach konnten Aufgaben in Einzelarbeit, in Partnerarbeit sowie Kleingruppen erprobt werden. Zudem dienten die Aufgaben als Reflexionsanlass und die individuellen Ergebnisse als Impuls für Unterrichtsgespräche.

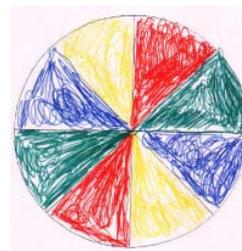
Die Prozessentwicklung im Denken der beteiligten Schülerinnen und Schüler wurde mit Hilfe begleitender Einzelinterviews analysiert.

Beispiele:

- I Wenn du auf grün setzen müsstest, wie würdest du das finden?  
 S Das ist blöd.  
 I Warum ist das blöd?  
 S Weil es das nur einmal gibt.  
 I Und die anderen?  
 S Blau gibt es zweimal, gelb gibt's zweimal und rot das ist ja voll krass. Das gibt's dreimal.  
 (NOACK 2009, 67 f.)



- I Hm, du hast die gegenüber gesetzt. Beeinflusst das unsere Chance?  
 S Naja, man weiß es nicht.  
 I Hätte ich die Farben nebeneinander gemalt, wären meine Gewinnchancen anders?  
 S Ja.  
 I Warum?  
 S Naja, das wäre auch fair. Aber so sieht es besser aus. Die Gewinnchancen sind noch gleich und das ist genau so wie das andere. Aber das wäre dann wieder dicker.  
 I Du denkst wohl, dass man eher gewinnen würde, wenn zwei gleiche Felder nebeneinander sind?  
 S Weiß ich doch nicht.  
 (NOACK 2009, 68)



NOACK weist in ihrer Arbeit explizit darauf hin, dass in diesem Inhaltsbereich besonders die Kinder ihre Kompetenzen zeigen können, die ansonsten nicht als besonders leistungsstark wahrgenommen werden. Demgegenüber fällt es mitunter den Kindern, die z.B. bei der schnellen Lösung von Rechenaufgaben als „gute Rechner“ auffallen, durchaus nicht leicht, die „neue Art“ der mathematischen Arbeit, die systematisches Probieren und auch Nachdenken und Innehalten einfordert, als Herausforderung anzunehmen. So berichtet NOACK von einem Jungen, der fast klagend nachfragt: „Wann machen wir mal wieder richtigen Mathematikunterricht? Mit Rechnen und so.“ (NOACK 2009, 74)

Insgesamt ließ sich mit den Evaluationen die mathematische Substanz der Anregungen nachweisen, die tragfähige Grundlage für verschiedene methodische Settings bietet. Die Verständlichkeit der Aufgabenstellungen und die günstigen Effekte auf die Lernentwicklungsprozesse, runden die positive Gesamteinschätzung ab.

#### **4. Fortbildungsoffensive 2007, 2008**

Ziel der Fortbildungsoffensive war die Unterstützung der Praxis und Professionalisierung der Erziehenden und Lehrkräfte. Die wesentliche Bedeutung mathematischer Lernerfahrungen und der Einfluss der Erziehenden auf den Lernprozess (z.B. durch die Gestaltung von Anregungsumgebungen) wurde dabei als Grundidee angenommen. Die Fortbildungsoffensive wurde mit folgenden Modulen konzipiert und durchgeführt:

- Zahl, Zählen, Mengen
- Raum und Form
- Maße, Zeit, Daten
- Mathematische Fähigkeiten wahrnehmen, dokumentieren, weiterentwickeln

Die Module 1-3 boten Hintergrundwissen sowie Praxisbeispiele und Anregungen zu mathematischen Inhaltsbereichen (die in der Lerndokumentation auftreten). Als Modul 4 wurden die Beobachtung, Dokumentation und Förderung mathematischer Lernprozesse erörtert. Im Mittelpunkt des Moduls ‚Mathematische Fähigkeiten wahrnehmen, dokumentieren und weiterentwickeln‘ standen verschiedene Möglichkeiten der Diagnostik mit dem Schwerpunkt auf kompetenzorientiertem Beobachten im Dienste der Förderung (vgl. GASTEIGER/STEINWEG 2008 und 2007).

#### **5. Wissenschaftliche Fachtagungen 2006, 2007, 2008, 2009**

Im weiteren Sinne mit zur Fortbildungsoffensive gehörig sind ebenso die Fachtagungen als Elemente der Begleitforschung zu benennen, die in den Jahren 2006 bis 2009 jeweils in Vorträgen Hintergrundwissen sowie Praxisanregungen (Workshops) an Erziehende und Lehrende anbieten konnten. Die Themen waren dabei für Kitas und Schule von gleicher Relevanz. Im Einzelnen wurden als Oberthemen Dokumentation von Lernen (2006), Umgang mit Heterogenität (2007), Diagnoseverfahren (2008), Beobachten-Dokumentieren-Fördern (2009) aufgegriffen.

## **6. Handreichung Mathematik in der SAPH**

Die in den Fachtagungen weitergegebenen Informationen und einige Ergänzungen wurden im Jahr 2009 zu einer Handreichung (STEINWEG 2009) zusammengestellt.

Die Handreichung ist als Ergänzung der Lerndokumentation Mathematik mitsamt Anregungsmaterialien zu verstehen. In den hier vorliegenden Modulen, die Seminarsitzungen und Workshops zugrunde gelegt oder auch im Selbststudium erarbeitet werden können, sind die Inhalte und Problemstellungen, die in der Projektarbeit und von den Beteiligten nachgefragt wurden, kompakt dargestellt.

Als erstes Modul werden in der Handreichung mathematische Schlaglichter zu den Inhaltsbereichen Arithmetik, Geometrie, Sachrechnen sowie zur Mathematik vor der Schule angeboten. Weitere Module sind Methoden und Offener Unterricht, Aufgaben und Sozialformen, Differenzierung und Gemeinschaft, Unterrichtsreflexion und Unterrichtsqualität und schließlich Dokumentation und Diagnostik.

Innerhalb der Module werden jeweils Grundlagen zum Themenfeld dargelegt, die durch Literaturangaben, die zum Weiterlesen verlocken sollen, ergänzt werden. Schließlich werden jeweils auch Denkanstöße vorgeschlagen, die individuell oder auch in Seminaren und Workshops Diskussionen und weiteren Auseinandersetzungen mitunter provokativ anregen wollen.

## **7. Evaluation des Einsatzes der Lerndokumentation in einer längsschnittlichen Interventionsstudie**

Eine Längsschnitt-Studie über drei Messzeitpunkte wurde im Treatment-Control-Group-Design durchgeführt. Als Arbeitshypothese wurde dabei grundgelegt: „In der mathematischen Kompetenz-Entwicklung der Kinder, deren Erziehende mathematische Grundfähigkeiten informiert (Informiertheit durch Fortbildungsmodul und Einsatz der Lerndokumentation Mathematik) beobachten und dokumentieren, zeigen sich Effekte im Vergleich zu einer Kontrollgruppe.“

Die Treatment-Group wurde als proportional geschichtete Stichprobe der Zielpopulation nach Alter, Geschlecht und Migrationshintergrund gezogen. Die parallelisierte Control-Group dient dem Abgleich der Effekte.

Da das Treatment indirekt über die Erziehenden erfolgt, ist eine klare Abgrenzung der Untersuchung zu Evaluationen von Trainingsprogrammen oder offenen Konzepten der Frühförderung, die bei den Kindern ansetzen, zu sehen. Detailliert werden die Ergebnisse in GASTEIGER (2010 / i.V.) *Elementare mathematische Bildung im Alltag der Kindertagesstätte* dargelegt werden. Als Trends lassen sich bereits jetzt festhalten:

Erziehende können mit konkreten Unterstützungsinstrumenten (Lerndokumentation Mathematik und Fortbildungen) *die Kinder angemessen fördern* und in ihrer Entwicklung in wesentlichen mathematischen Kompetenzbereichen voranbringen.

Die Förderung kann *in die alltägliche pädagogische Arbeit* integriert werden.

Obwohl der Weg von der Fortbildung der Erziehenden zur Leistung der Kinder weit ist, konnte die *Wirkung für die Kinder nachgewiesen* werden.

## 8. Akzeptanzstudien 2007, 2008, 2009

In den Jahren 2007, 2008, 2009 wurden in Akzeptanzstudien der Einsatz der Lerndokumentation in der Praxis, die Informiertheit sowie Wünsche, Anregungen, Meinungen erhoben. Die Erhebung erfolgte in den Projekteinrichtungen jeweils über eine anonyme, schriftliche Befragung.

Neben der Abfrage einiger statistischer Daten zur eigenen Tätigkeit (Dienstalter, Institution etc.) lag das Hauptaugenmerk auf der praktischen Umsetzung, d.h. dem Gebrauch der Lerndokumentation Mathematik im Alltag der Projekt-Schule bzw. - Kindertagesstätte.

An der Studie haben laut freiwilliger Selbstauskunft je folgende Personen teilgenommen:

### Alter

2007	<b>5,9 %</b> bis 35	<b>47,1 %</b> bis 45	<b>29,4 %</b> bis 55	<b>17,6 %</b> bis 65
2008	<b>50 %</b> bis 35	<b>37,5 %</b> bis 45	<b>6,3 %</b> bis 55	<b>6,3 %</b> bis 65
2009	<b>0 %</b> bis 35	<b>55,6 %</b> bis 45	<b>33,3 %</b> bis 55	<b>0 %</b> bis 65 <b>11,1%</b> k.A.

Geschlecht

2007	<b>94,1 %</b> weiblich	<b>5,9 %</b> männlich	
2008	<b>68,8 %</b> weiblich	<b>12,5 %</b> männlich	<b>18,8%</b> keine Angaben
2009	<b>77,8 %</b> weiblich	<b>0 %</b> männlich	<b>22,2 %</b> keine Angaben

Beruf

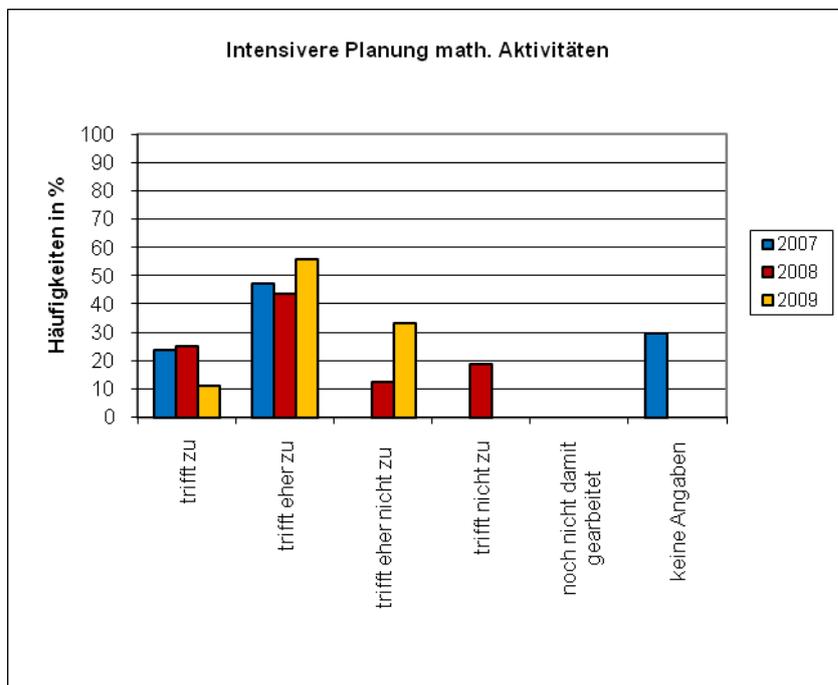
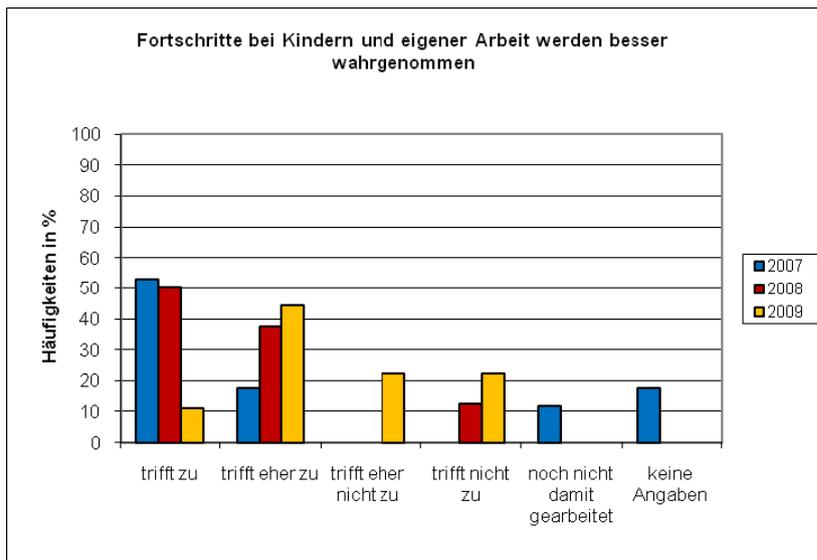
2007	<b>58,8 %</b> Vollzeit	<b>29,4 %</b> Teilzeit	<b>11,8 %</b> keine Angabe
<i>an einer...</i>	<b>23,5 %</b> Kita	<b>52,9 %</b> Schule	<b>23,5 %</b> keine Angabe
2008	<b>68,8 %</b> Vollzeit	<b>25,0 %</b> Teilzeit	<b>6,3 %</b> keine Angabe
<i>an einer...</i>	<b>43,8 %</b> Kita	<b>12,5 %</b> Schule	<b>43,8 %</b> keine Angabe
2009	<b>55,5 %</b> Vollzeit	<b>22,2 %</b> Teilzeit	<b>22,2 %</b> keine Angabe
<i>an einer ...</i>	<b>33,3 %</b> Kita	<b>44,4 %</b> Schule	<b>22,2 %</b> keine Angabe

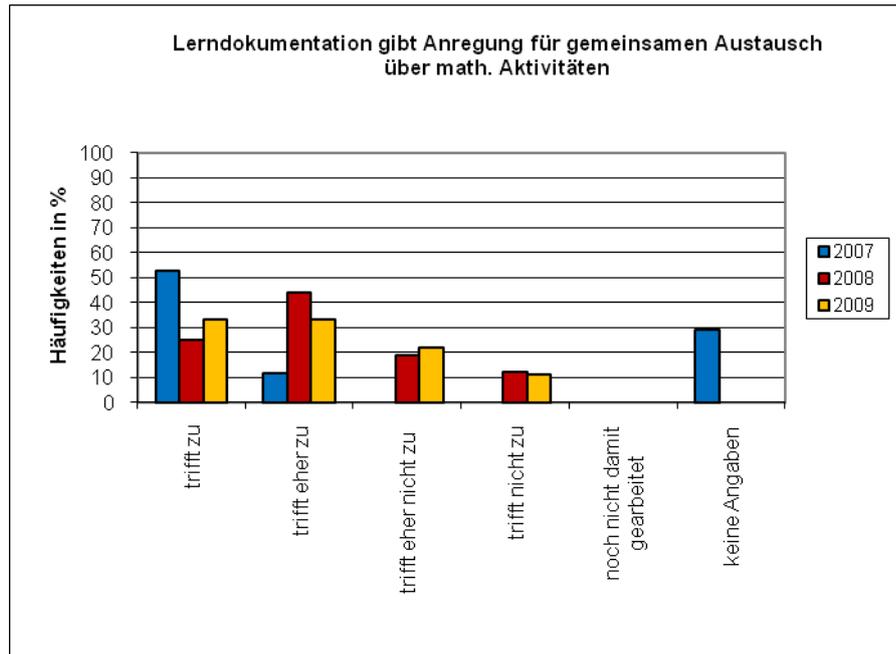
Wie viele Jahre sind Sie im Kita-/Schuldienst?

2007	<b>5,9%</b> - 5	<b>52,9 %</b> 5-10	<b>29,4 %</b> 11-20	<b>11,8 %</b> keine Angabe	
2008	<b>25%</b> - 5	<b>12,5 %</b> 5-10	<b>25,0 %</b> 11-20	<b>31,3%</b> >20	<b>6,3 %</b> keine Angabe
2009	<b>0%</b> - 5	<b>11,1 %</b> 5-10	<b>33,3 %</b> 11-20	<b>55,6%</b> >20	<b>0 %</b> keine Angabe

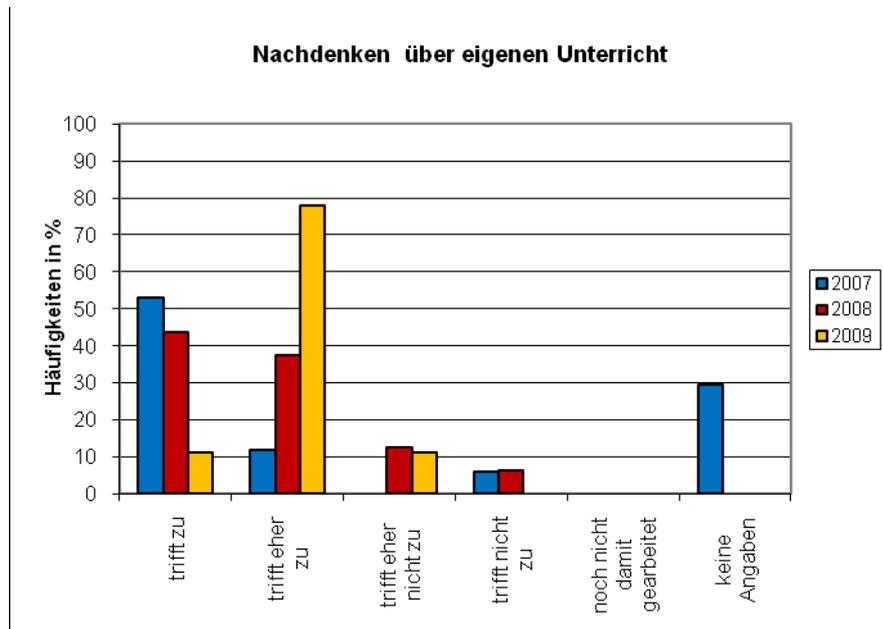
Die Lerndokumentation Mathematik hat neben der Bereitstellung eines Diagnoseinstruments immer mit intendiert, die Wahrnehmung von mathematischen Aktivitäten zu unterstützen und so auf die alltägliche Integration von mathematischen Aktivitäten auszustrahlen.

Als Ergebnisse lassen sich hier folgende Daten festhalten:

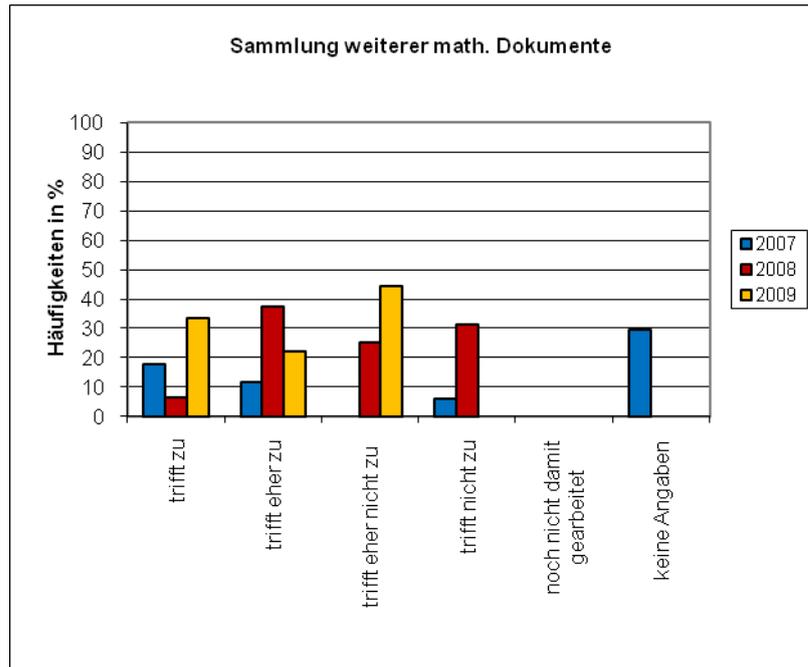




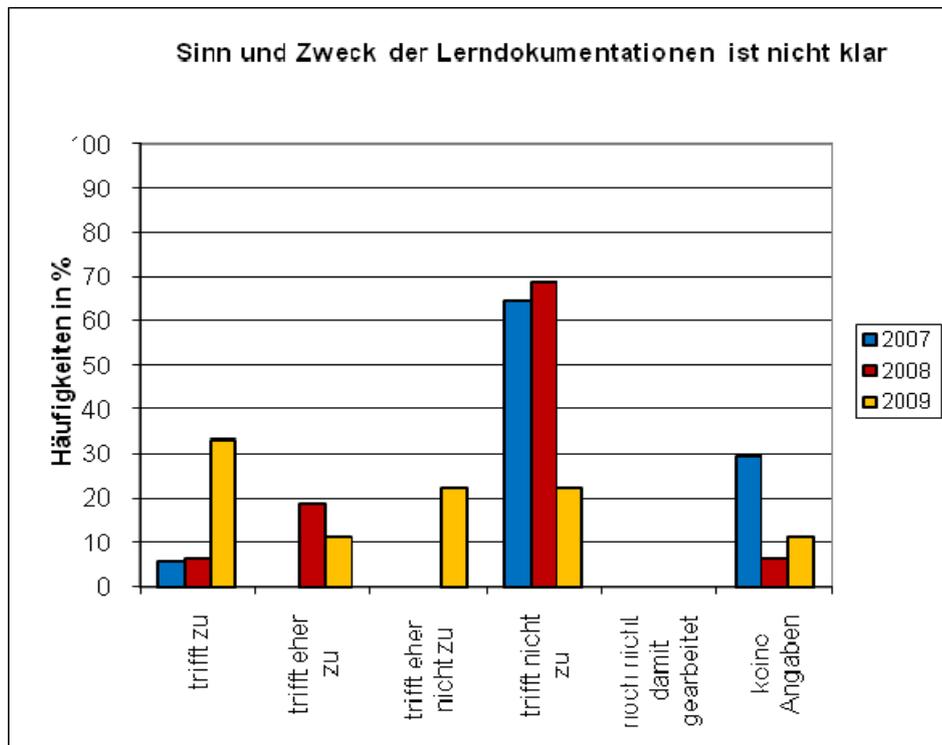
Der Einfluss der Lerndokumentation Mathematik, den eigenen Unterricht bzw. die alltägliche Arbeit mit Kinder zu reflektieren, trifft immer noch ungebrochen zu.



Die Angaben zur Sammlung weiterer Dokumente zum mathematischen Lernen sind sehr breit gestreut.



Erstaunlicherweise wird in der Umfrage 2009 deutlich, dass noch ein Großteil dringenden Informationsbedarf bezüglich des Einsatzes und des Sinns der Lerndokumentation angibt.



Die Angaben über die für das Ausfüllen der Dokumentation benötigten Arbeitszeiten sind im Jahr 2009 wieder weniger differenziert. Ebenso wird die Anzahl der

dokumentierten Kinder vom Großteil der Teilnehmenden an der Befragung nicht angegeben.

**Wie viel Arbeitszeit** wenden Sie in etwa pro Woche für die Arbeit im Rahmen des Ausfüllens von Lerndokumentationen Mathematik auf?

2007	<b>11,8 %</b> 5 min	<b>17,6 %</b> 30 min		<b>70,6 %</b> k. A.
2008	<b>37,6%</b> 10-30min	<b>25%</b> 30 min	<b>18,9%</b> 30-60 min	<b>18,8 %</b> k.A.
2009	<b>22,2%</b> 10-30min		<b>22,2%</b> 30-60 min	<b>55,6 %</b> k.A.

Für **wie viele Kinder** haben Sie bereits begonnen, eine Lerndokumentation Mathematik zu führen?

2007	<b>2 – 10</b> Kinder	<b>58,8 %</b> keine Angaben
2008	<b>2 – 20</b> Kinder	<b>25 %</b> keine Angaben
2009	<b>2 – 24</b> Kinder	<b>55,6 %</b> keine Angaben

Aus welchem Grund haben Sie genau diese Kinder ausgewählt?

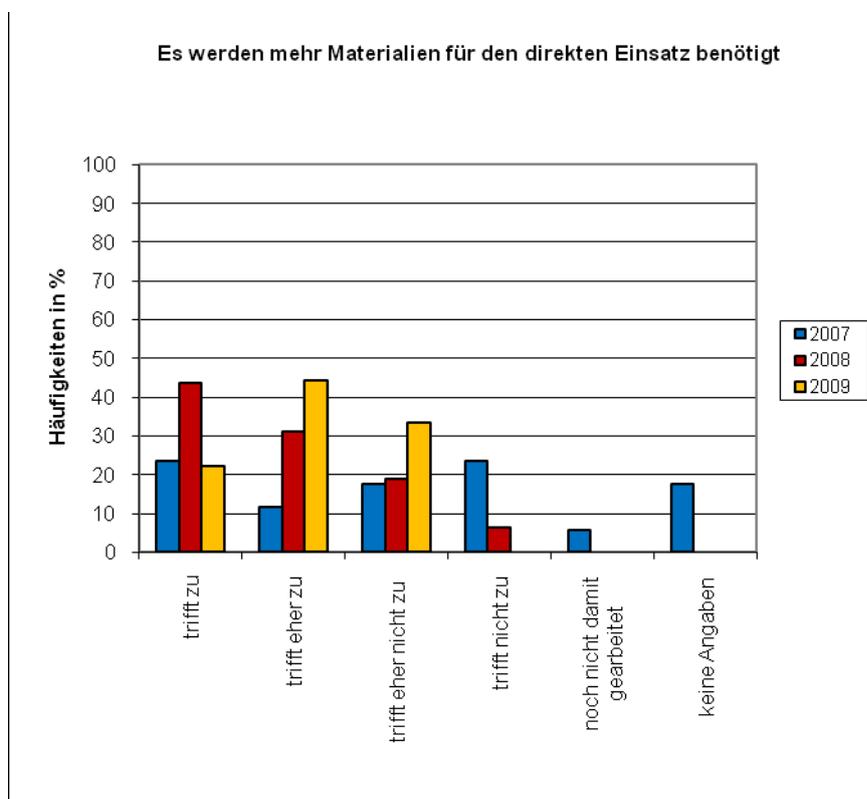
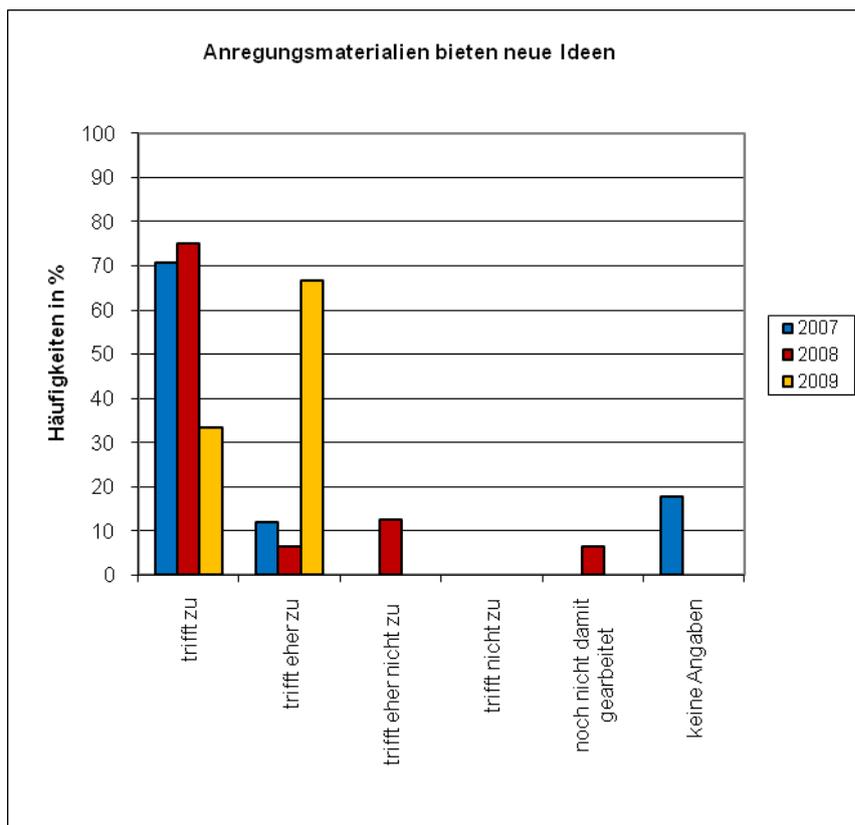
Beispielhaft:

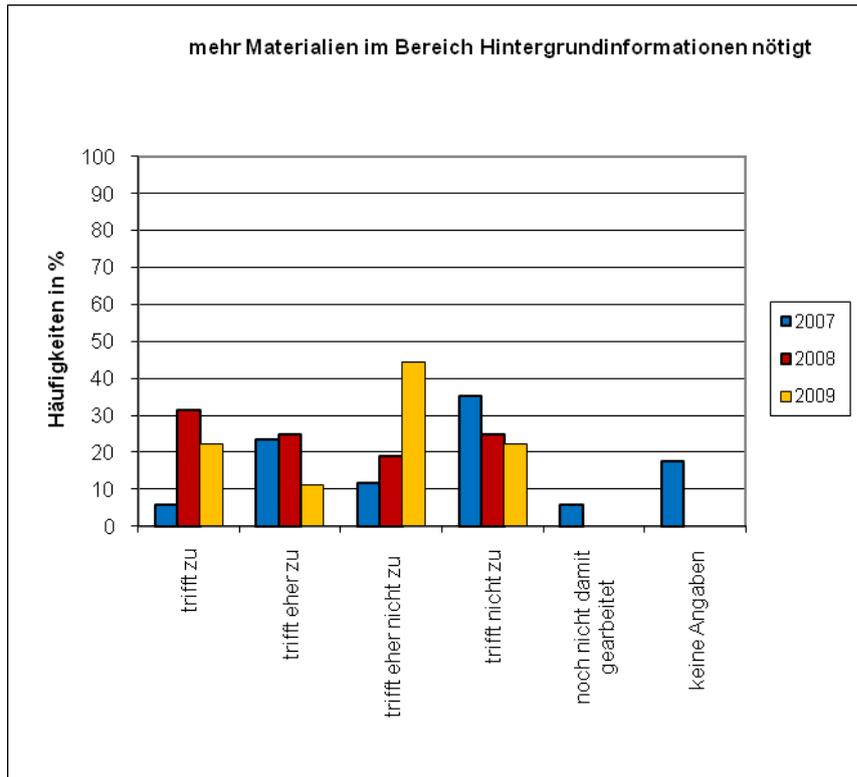
- *Um einen besseren Blick für math. Grunderfahrungen zu bekommen und gezielt eingehen zu können.*
- *wahllos*
- *Lernrückstände und Schwierigkeiten*
- *Vermutete Hochbegabung*
- *neue Kinder in der Gruppe*

In einem weiteren Themenblock der Befragung wurde auf die Anregungsmaterialien fokussiert. Hierbei konnte auch deutlich gemacht werden, ob und welcher Art noch weitere Materialien gewünscht sind.

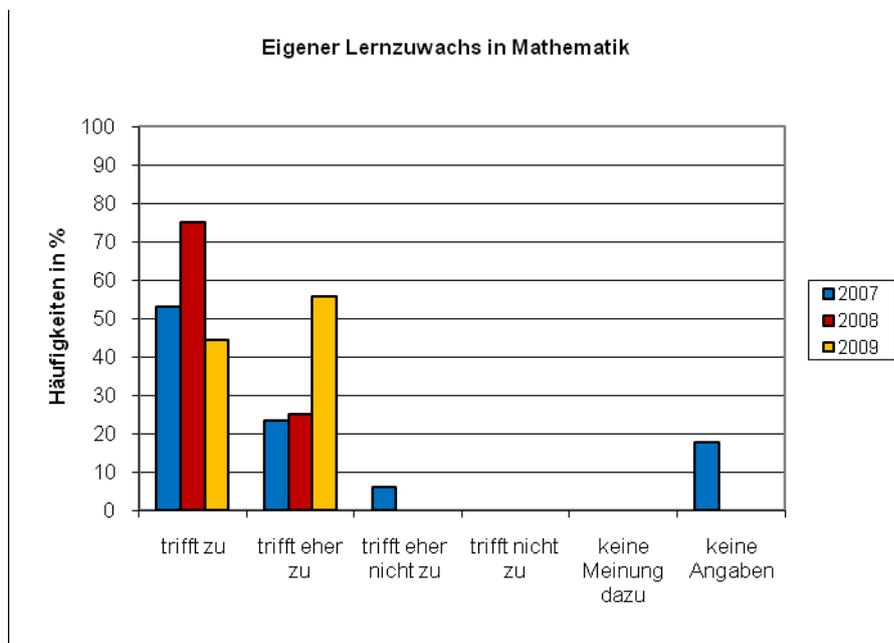
Dieser Wunsch nach Material ist ungebrochen hoch. Der Bedarf an Hintergrundinformationen nimmt ab. Dies liegt vermutlich daran, dass die Informiertheit der Teilnehmenden bereits sehr gut ist.

Die Materialien werden insgesamt als anregend betrachtet.

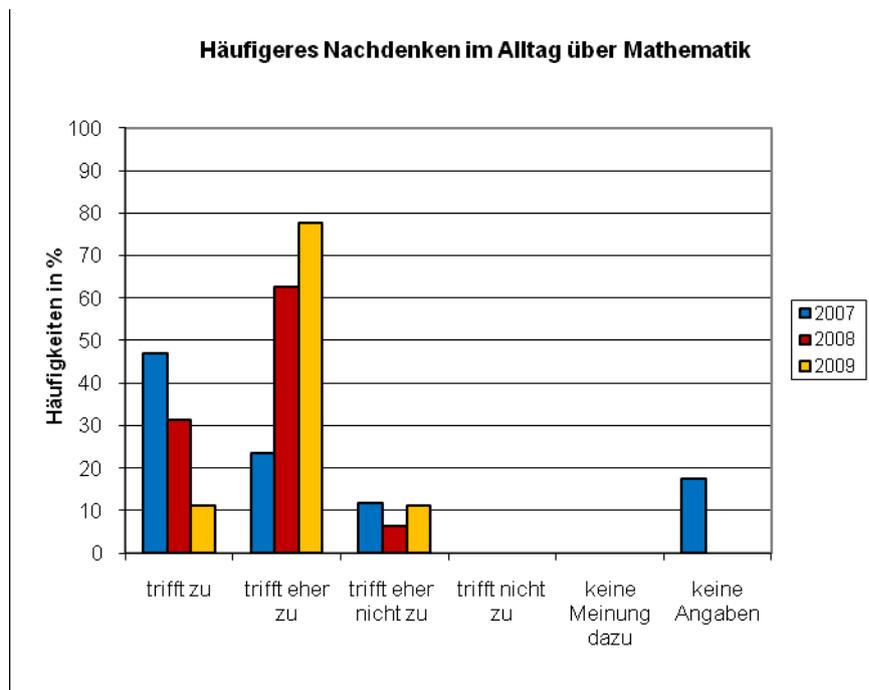
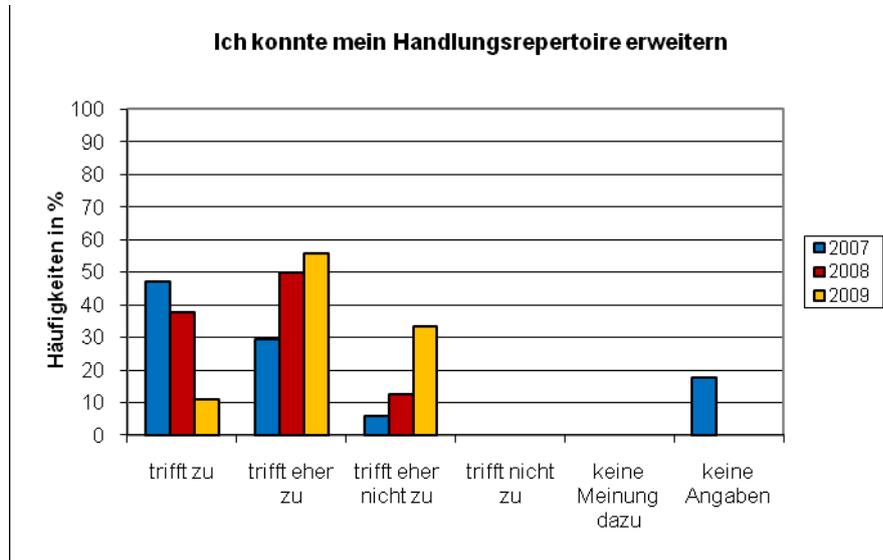




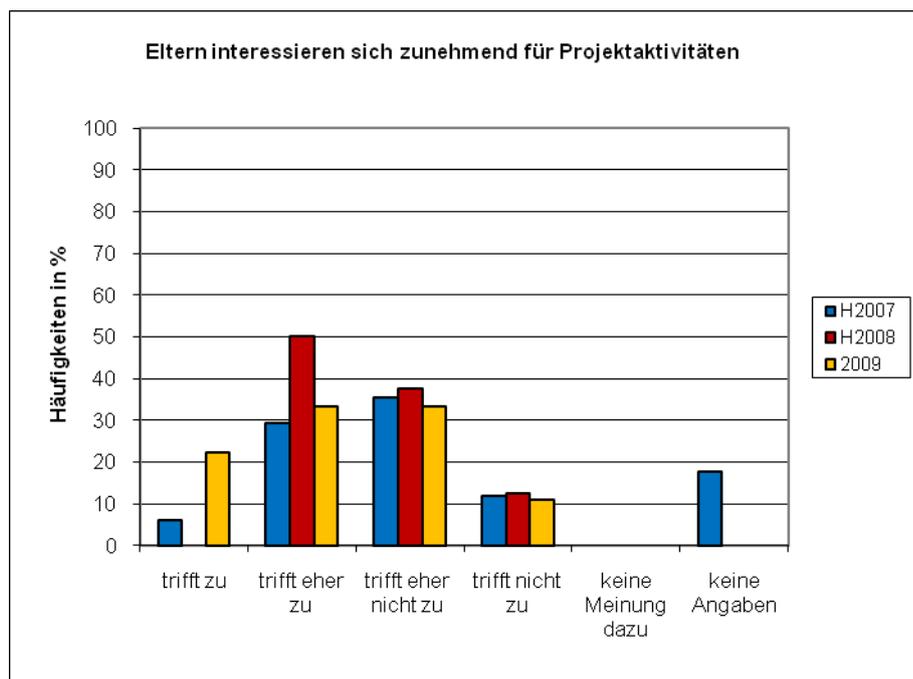
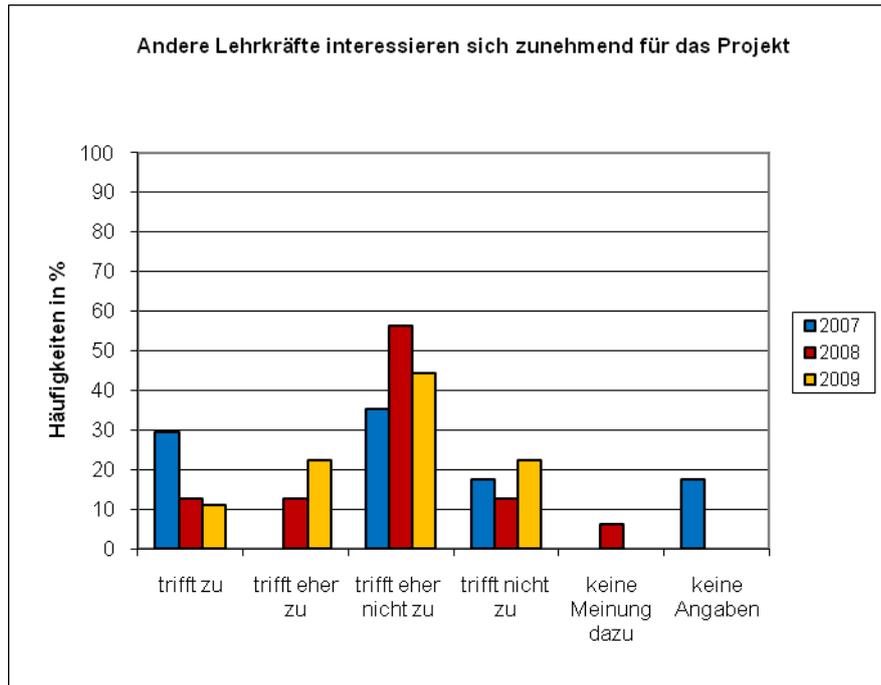
Ebenso konnte die Akzeptanzstudie abbilden, ob Einfluss auf die eigene Tätigkeit und das eigene Verhalten spürbar wird (inkl. Lernzuwächse).



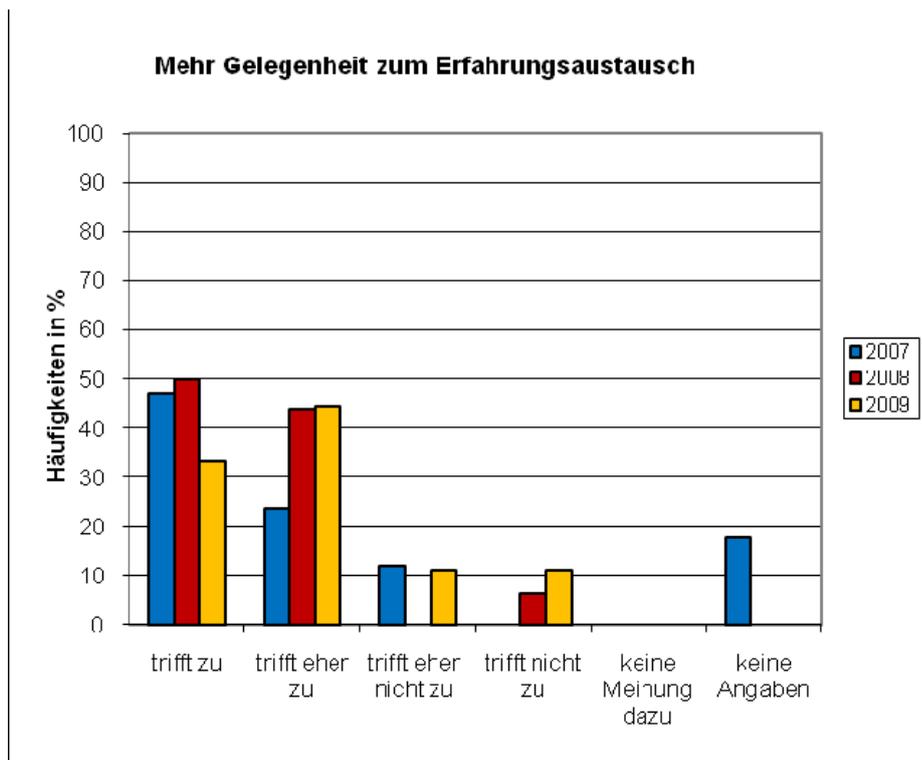
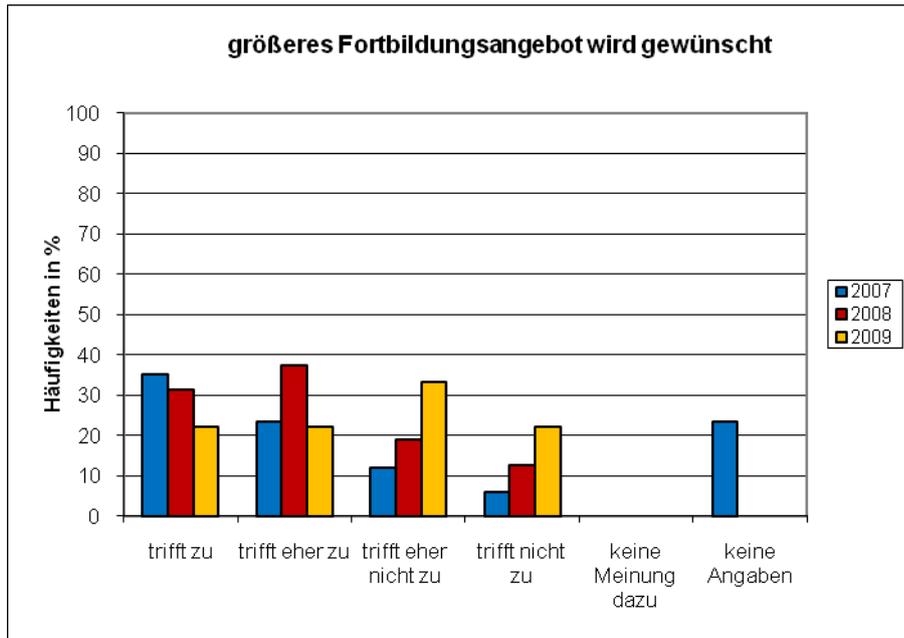
Die positiven Effekte für das eigene Handlungsrepertoire sind im Trend weniger als in den Vorjahren. Die angeregte Reflexivität, die bis in den Alltag ausstrahlt, ist jedoch ungebrochen zutreffend.



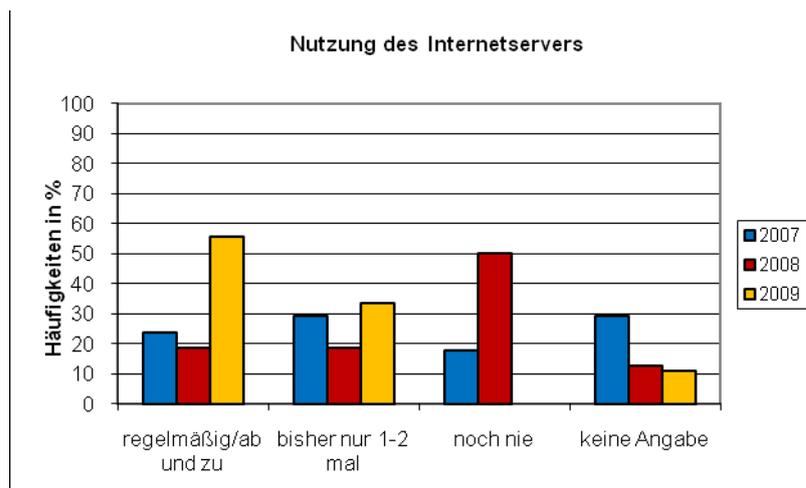
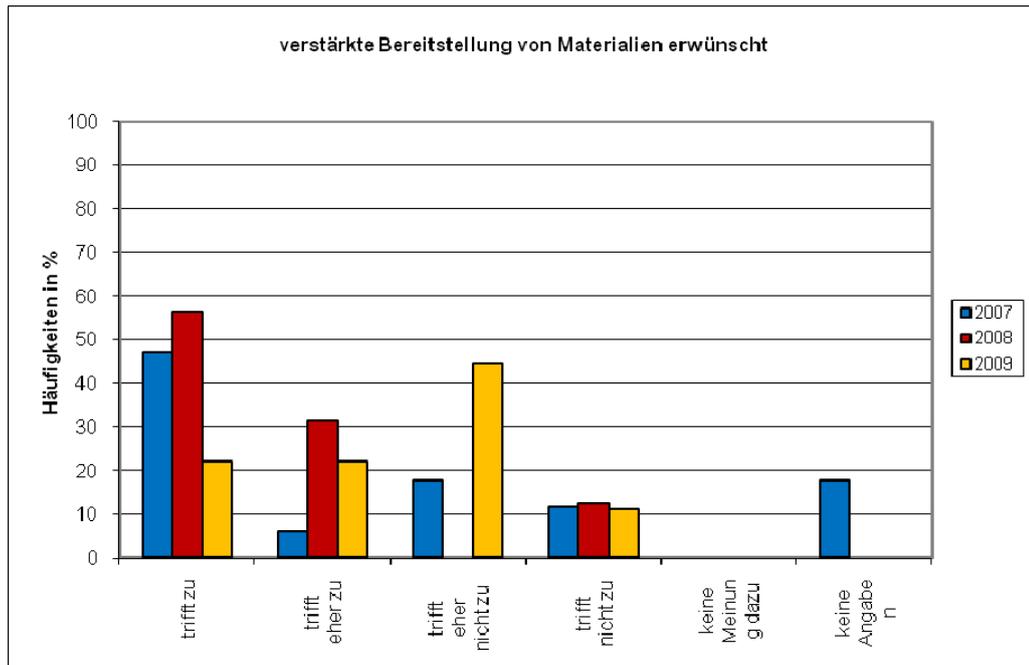
Bei den nicht am Projekt beteiligten Kolleginnen und Kollegen ist kein wachsendes Interesse an TransKiGs spürbar. Das Interesse der Eltern wird uneinheitlich wahrgenommen, sodass viele von einem Zuwachs aber auch ein gutes Drittel der Befragten von einem nachlassenden Interesse sprechen.



Die Wünsche an die Zukunft sind ebenso sehr heterogen. Während die eine Hälfte sich weitere Fortbildungen wünschen würde, trifft dies für die andere Hälfte nicht zu. Ganz eindeutig besteht jedoch weiterhin der Wunsch nach Möglichkeiten des Erfahrungsaustausches im persönlichen Gespräch mit Kolleginnen und Kollegen.



Der Bedarf an bereit gestellten Materialien scheint zunehmend gedeckt zu sein. Die bereits erarbeiteten Materialien, die auf dem Server bereit stehen, werden auch wesentlich mehr abgefragt als in den Vorjahren. Somit kann von einer verstärkten Kenntnis der Unterlagen und Anregungen ausgegangen werden.



Die gesamt investierte Zeit in die Projektarbeit bildet sich im folgenden Rahmen ab:

2007	30 - 450 Minuten pro Woche	64,7 % keine Angabe
2008	10 - 360 min pro Woche	18,8% keine Angaben
2009	20 - 120 min pro Woche	11,1% keine Angaben

Der Rückgang der Gesamtzeit, die nach eigenen Angaben investiert wird, kann auch dahingehend gedeutet werden, dass eine höhere Professionalisierung eingesetzt hat und die jeweilige Bearbeitung demzufolge weniger zeitintensiv und dennoch effizient zu bewältigen ist.

## **9. Synergie-Elemente - Adaption der Lernausgangslageuntersuchung LauBe**

Die Lernausgangslageuntersuchung LauBe - Mathematik (LUX et al. 2009a) wurde nebenläufig zur hier dargelegten wissenschaftlichen Begleitforschung intensiv fachwissenschaftlich überarbeitet und bietet nun ein ausführliches Angebot an abgesicherten Aufgaben, die die Kompetenzen der Kinder zu Schulbeginn aufzeigen helfen.

Die Kategorisierung der Aufgaben wurde unter Bezug auf die Elemente der Lerndokumentation Mathematik vorgenommen, sodass eine sinnvolle Verknüpfung der beiden Instrumente ermöglicht werden konnte.

Die Aufgaben, die direkt in den ersten Schulwochen relevant sind, wurden in einem Grundmodul zusammengefasst. Es handelt sich hierbei um die Grundkompetenzen im Bereich Zahlen und Operationen.

Weitere Inhaltsbereiche, die für die unterrichtliche Planung und die bewusste Wahrnehmung der Vorkenntnisse der Kinder wichtig sind, werden in zwei Ergänzungsmodulen angeboten. Sie decken die Bereiche Form und Veränderung, Größen und Messen sowie Daten und Zufall ab. Die Ergänzungen können genau dann eingesetzt werden, wenn im Unterrichtsplan diese Themen anstehen. Somit ist eine zeitliche Entzerrung der Überprüfung möglich, die insbesondere den Kindern zu Gute kommt, da keine zu langen Testphasen von ihnen abverlangt werden.

Zu jeder Aufgabe werden ausführliche Hinweise zur Bedeutung der angesprochenen Kompetenzen dargestellt (LUX et al. 2009b). Ebenso sind jeweils konkrete Hinweise zu Fördermöglichkeiten zugeordnet, die sich gezielt auf die Anregungsmaterialien der Lerndokumentation Mathematik beziehen.

## **IV Fazit**

Der Einsatz der Lerndokumentation Mathematik hatte immer die *Professionalisierung* der Erzieherinnen und Erzieher sowie Lehrerinnen und Lehrer implizit mit im Blick.

Will man beim mathematischen Lernen im Übergangsbereich Kindertagesstätte-Grundschule Reibungsverluste möglichst vermeiden, bleibt es ein zentrales Anliegen, sowohl Lehrkräfte als auch Erziehende gemeinsam über mathematisches Lernen ins Gespräch zu bringen und sich über die individuellen Kompetenzen der Kinder gegenseitig fundiert zu informieren. Dafür sind eine Professionalisierung von Erziehenden und Lehrkräften und ein gemeinsames Verständnis von mathematischer Bildung im Übergangsbereich unabdingbar.

Die Lerndokumentation Mathematik unterstützt damit auch konkret die *praktische Arbeit* der Erziehenden und Lehrenden, da sie in der Informiertheit über die relevanten Bereiche insbesondere die Reflexion über mathematische Lerngelegenheiten, die sich z.B. auch im Alltag finden lassen, anregt.

Die ersten Ergebnisse weisen zudem nach, dass die teilnehmenden *Kinder* vom Einsatz und von der Informiertheit der Erziehenden/Lehrenden (*Effektstärken*) profitieren.

Die Lerndokumentation Mathematik kann, wie sich sowohl in der Interventionsstudie als auch in den Akzeptanzbefragungen gezeigt hat, den erforderlichen, gemeinsamen Rahmen für einen *kooperativen Übergang* Kita-Schule bieten. Auf der Ebene der informellen Zusammenarbeit, die sich an dem Thema Mathematik und in der inhaltlichen Diskussion der mathematischen Entwicklungen der Kinder entspinnen kann, liegen wertvolle Chancen einer gelungenen Kooperation, die Schule machen könnte.

Eine Verbreitung der grundlegenden Ideen und des Instruments selbst in einer größeren Fläche ist demzufolge aus der Sicht der Begleitforschung sinnvoll und denkbar. Begleitend zur Bereitstellung, die durch die Projektplattform im Internet bereits vorbildlich ermöglicht wird und die über die Projektgrenzen ausstrahlt, sind allerdings aufgrund der im Projekt gemachten Erfahrungen Weiterbildungsmaßnahmen für Erziehenden und Lehrkräfte dringlich anzuraten, da nur dann ein für die Kinder und ihre Kompetenzentwicklung wirkungsvoller und effektiver, weil professionalisierter Umgang mit dem Instrument ermöglicht wird.

## V *Literatur*

- Bauersfeld, Heinrich (1983) „Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens.“ In: Bauersfeld et al. (Hrsg.) *Lernen und Lehren von Mathematik. Untersuchungen zum Mathematikunterricht - Band 6*. Köln: Aulis Verlag Deubner: 1- 56
- Gasteiger, Hedwig (2007) *Stand der mathematischen Kompetenzdiagnosen am Übergang von der Kindertagesstätte zur Grundschule und zukünftige Perspektiven*. Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Sport des Landes Berlin [http://www.transkigs.de/fileadmin/user/redakteur/Berlin/ExpertiseKompetenzdiagnosen\\_Gasteiger\\_10-2007.pdf](http://www.transkigs.de/fileadmin/user/redakteur/Berlin/ExpertiseKompetenzdiagnosen_Gasteiger_10-2007.pdf)
- Gasteiger, Hedwig (2008) „Lernanregungen und -dokumentation im Alltag der Kindertagesstätte - ein kompetenzorientierter Förderansatz“ In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 2008*: 285-288  
[http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2008/BzMU2008/BzMU2008\\_GASTEIGER\\_Hedwig.pdf](http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2008/BzMU2008/BzMU2008_GASTEIGER_Hedwig.pdf)
- Gasteiger, Hedwig (2009) „Übergänge beim Mathematiklernen gestalten: Vom Kindergarten in die Primarstufe“ In Heinze, A. & Grüßing, M. (Hrsg.) *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium - Kontinuität und Kohärenz als Herausforderung für den Mathematikunterricht*. Münster: Waxmann: 271-280
- Gasteiger, Hedwig (2010 / i.V.) *Elementare mathematische Bildung im Alltag der Kindertagesstätten*.
- Gasteiger, Hedwig und Anna Susanne Steinweg (2006) *Zwischenstandsbericht: Wissenschaftliche Begleitung der Implementierung der Lerndokumentation Mathematik im Rahmen des Projekts TransKiGS*. Berlin  
[http://www.transkigs.de/fileadmin/user/redakteur/Berlin/Bericht\\_WissBegleitungTransKiGs\\_Dez06.pdf](http://www.transkigs.de/fileadmin/user/redakteur/Berlin/Bericht_WissBegleitungTransKiGs_Dez06.pdf)
- Gasteiger, Hedwig und Anna Susanne Steinweg (2007) *2. Zwischenstandsbericht: Wissenschaftliche Begleitung der Implementierung der Lerndokumentation Mathematik im Rahmen des Projekts TransKiGS*. Berlin  
[http://www.transkigs.de/fileadmin/user/redakteur/Berlin/Bericht\\_WissBegleitungTransKiGSBerlin\\_Dez07.pdf](http://www.transkigs.de/fileadmin/user/redakteur/Berlin/Bericht_WissBegleitungTransKiGSBerlin_Dez07.pdf)
- Gasteiger, Hedwig und Anna Susanne Steinweg (2008) *3. Zwischenstandsbericht: Wissenschaftliche Begleitung der Implementierung der Lerndokumentation Mathematik im Rahmen des Projekts TransKiGS*. Berlin  
[http://www.transkigs.de/fileadmin/user/redakteur/Berlin/Steinweg/Bericht\\_WissBegleitungTransKiGs\\_Berlin\\_Dez08.pdf](http://www.transkigs.de/fileadmin/user/redakteur/Berlin/Steinweg/Bericht_WissBegleitungTransKiGs_Berlin_Dez08.pdf)

- Lux, Matthia, Sommerlatte, Angela und Anna Susanne Steinweg (2009a) *LauBe - Lernausgangslage Berlin Schulanfangsphase: Erläuterungen, Anleitungen, Auswertungshinweise (Mathematik)*. Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung Berlin
- Lux, Matthia, Sommerlatte, Angela und Anna Susanne Steinweg (2009b) *LauBe - Lernausgangslage Berlin Schulanfangsphase: Schülerheft (Mathematik)*. Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung Berlin
- Noack, Kristin (2009) *Wahrscheinlichkeit und Kombinatorik im Anfangsunterricht der Grundschule*. Wissenschaftliche Hausarbeit Mathematikdidaktik Otto-Friedrich-Universität Bamberg
- Ruf, Urs und Peter Gallin (1998) *Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik*. Seelze-Verber: Kallmeyer
- Sauer, Katharina (2009) *Anregungsmaterialien in der Schuleingangsstufe im Bereich „Daten“ – Theoretische Grundlegung und Evaluation*. Wissenschaftliche Hausarbeit Mathematikdidaktik Otto-Friedrich-Universität Bamberg
- Schröder, Anna (2009) *Zählendes Rechnen im Anfangsunterricht der Grundschule- Qualitative Untersuchung zu Möglichkeiten der individuellen Förderung von rechenschwachen Grundschulkindern*. Wissenschaftliche Hausarbeit Mathematikdidaktik Otto-Friedrich-Universität Bamberg
- Schwertberger, Malina (2009) *Anregungsmaterialien für die Schulanfangsphase im Bereich Größen und Messen – Erprobung und Evaluation in methodisch-divergenten Settings*. Wissenschaftliche Hausarbeit Mathematikdidaktik Otto-Friedrich-Universität Bamberg
- Schwertberger, Malina (2010 / im Druck) *Offene Methoden im Anfangsunterricht Mathematik – eine Praxistest*. MNU PRIMAR. Heft 1. Neuss: Verlag Seeberger
- Selter, Christoph (1995) „Eigenproduktionen im Arithmetikunterricht“ In: Wittmann /Müller (Hrsg.). *Mit Kindern rechnen*. Frankfurt: Arbeitskreis Grundschule: 138 – 150
- Sommerlatte, Angela, Lux, Matthia, Meiering, Gudrun und Susanne Führlich (2008) *Lerndokumentation Mathematik: Anregungsmaterialien*. Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung Berlin  
[http://www.transkigs.de/fileadmin/user/redakteur/Berlin/Lerndokumentation\\_Mathematik\\_Anregungsmaterialien\\_gesamt\\_7.10.08.pdf](http://www.transkigs.de/fileadmin/user/redakteur/Berlin/Lerndokumentation_Mathematik_Anregungsmaterialien_gesamt_7.10.08.pdf)
- Steinweg, Anna Susanne (2006) *Lerndokumentation Mathematik*. erarbeitet für: Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Sport des Landes Berlin (Hrsg.)  
[http://www.transkigs.de/fileadmin/user/redakteur/Berlin/Lerndoku\\_Mathe\\_druckreif\\_12.06.pdf](http://www.transkigs.de/fileadmin/user/redakteur/Berlin/Lerndoku_Mathe_druckreif_12.06.pdf)

- Steinweg, Anna Susanne (2008a) *Mathe aktiv!* – Mathematik in Alltagssituationen in TransKiGs-Kindertagesstätten. Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung Berlin  
[http://www.transkigs.de/fileadmin/user/redakteur/Berlin/Instrumente/Mathe\\_aktiv\\_2008.pdf](http://www.transkigs.de/fileadmin/user/redakteur/Berlin/Instrumente/Mathe_aktiv_2008.pdf)
- Steinweg, Anna Susanne (2008b) „Grundlagen mathematischen Lernens vor der Schule“ In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*. 273 – 276  
[http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2008/BzMU2008/BzMU2008\\_STEINWEG\\_AnnaSusanne.pdf](http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2008/BzMU2008/BzMU2008_STEINWEG_AnnaSusanne.pdf)
- Steinweg, Anna Susanne (2008c) *Lerndokumentation Mathematik – Grunderfahrungen* (Kurzfassung)  
[http://www.transkigs.de/fileadmin/user/redakteur/Berlin/Instrumente/Lerndoku\\_MatheTransKiGs\\_Grunderfahrungen\\_kurz.pdf](http://www.transkigs.de/fileadmin/user/redakteur/Berlin/Instrumente/Lerndoku_MatheTransKiGs_Grunderfahrungen_kurz.pdf)
- Steinweg, Anna Susanne (2008d) *Lerndokumentation Mathematik – Schulanfangsphase* (Kurzfassung)  
[http://www.transkigs.de/fileadmin/user/redakteur/Berlin/Instrumente/Lerndoku\\_MatheTransKiGs\\_SAPH\\_kurz.pdf](http://www.transkigs.de/fileadmin/user/redakteur/Berlin/Instrumente/Lerndoku_MatheTransKiGs_SAPH_kurz.pdf)
- Steinweg, Anna Susanne (2009) *Handreichung Schulanfangsphase Mathematik*. TransKiGS Berlin. Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung Berlin
- Wittmann, Erich (1993) „Wider die Flut der „bunten Hunde“ und „grauen Päckchen“ - Die Konzeption des aktiv-entdeckenden Lernens und des produktiven Übens“ In: Wittmann / Müller (Hrsg.) *Handbuch produktiver Rechenübungen – Band 1*. Stuttgart, Düsseldorf, Berlin. Leipzig: Klett: 157 - 171